

**Mathematik für Betriebswirte II
(Analysis)**

1. Klausur Sommersemester 2017 21.07.2017

BITTE LESERLICH IN DRUCKBUCHSTABEN AUSFÜLLEN

Nachname:

Vorname:

Matrikelnummer:

--	--	--	--	--	--	--	--

Studienfach:

Name des Tutors:

Vorkurs Mathematik besucht? Ja Nein

Unterschrift der/des Studierenden:

Überprüfen Sie die Klausur auf Vollständigkeit, sie besteht aus 14 Seiten.

Bemerkungen:

Aufgabe	max. Pkt.	err. Pkt.
1	10	
2	10	
3	10	
4	10	
5	10	
6	10	
7	10	
8	10	
9	10	
Summe	90	
Note		

Aufgabe 1: Folgen und Reihen (10 Punkte)

1. Prüfen Sie die Reihe

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{k+1}{2^k}$$

unter Verwendung des Quotientenkriteriums auf absolute Konvergenz.

2. Geben Sie die Reihe

$$\frac{1}{5} - \frac{2}{15} + \frac{4}{45} - \frac{8}{135} + \dots$$

in der Form $\sum_{k=0}^{\infty} a_k$ an und berechnen Sie den Wert dieser Reihe.

Aufgabe 2: Differentialrechnung in \mathbb{R} (10 Punkte)

Für welche Werte von $t \in \mathbb{R}$ und $s \in \mathbb{R}$ ist die folgende Funktion

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},$$

$$x \mapsto f(x) = \begin{cases} tx + 1 & \text{für } x < 1 \\ -\frac{1}{2}x^2 - s & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$$

auch an der Stelle $x=1$ stetig und differenzierbar?

Aufgabe 3: Optimierung im \mathbb{R}^n (10 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$(x_1, x_2, x_3) \mapsto f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2.$$

Bestimmen Sie die lokalen und globalen Extremstellen von f unter Einhaltung der Nebenbedingungen

$$x_2 + 3x_3 = -4 \quad \text{und} \quad -x_1 - x_3 = -2.$$

Aufgabe 4: Differentialrechnung in \mathbb{R} (10 Punkte)

1. Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte, sofern diese existieren:

a)

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sin(\pi x) - \sin(5\pi)}{x - 5}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x^2 - 1}$$

2. Geben Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen an und vereinfachen Sie soweit wie möglich:

a)

$$f(x) = -x^2 \cdot e^{3x^2+1} + 1$$

b)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\sin(2x - 1) + 2}}$$

Aufgabe 5: Approximationsverfahren (10 Punkte)

Gegeben sei die Funktion:

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R}, \\ x &\longmapsto f(x) = \sqrt[3]{2x+2} \end{aligned}$$

- a) Stellen Sie das Taylorpolynom 2. Grades von f mit Entwicklungspunkt $x_0 = 3$ auf.
 - b) Berechnen Sie das Restglied $R_{2,3}(4)$.
-

Aufgabe 6: Kurvendiskussion (10 Punkte)

Gegeben sei die folgende Funktion:

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R}, \\ x &\mapsto f_k(x) = (x - k) \cdot e^{-2x} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

- a) Berechnen Sie die Nullstellen von f in Abhängigkeit von k .
 - b) Bestimmen Sie den lokalen Extrempunkt von f in Abhängigkeit von k und klassifizieren Sie diesen.
-

Aufgabe 7: Integralrechnung in \mathbb{R} (10 Punkte)

Berechnen Sie folgende Integrale:

a)

$$\int_{-2}^2 (|x| - 3) dx$$

b)

$$\int_1^{\infty} e^{4-2x} dx$$

Aufgabe 8: Differentialrechnung im \mathbb{R}^n (10 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$\begin{aligned} f : D &\longrightarrow \mathbb{R}, \\ (x, y, z) &\longmapsto f(x, y, z) = \frac{x^2}{\sqrt{y}} + z \end{aligned}$$

mit $D := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y > 0\}$. Bestimmen Sie den Gradienten von f . Bestimmen Sie zudem die Tangentialhyperebene von f an der Stelle $(x_0, y_0, z_0) = (1, 1, 1)$.

Aufgabe 9: Optimierung im \mathbb{R}^n (10 Punkte)

Bestimmen Sie die stationären Stellen der Funktion

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R}, \\ (x, y) &\longmapsto f(x, y) = -5x^2 + 2x + 4xy - y^2 - 1 \end{aligned}$$

und klassifizieren Sie diese.
