

**Mathematik für Betriebswirte II
(Analysis)**

1. Klausur Sommersemester 2018 20.07.2018

BITTE LESERLICH IN DRUCKBUCHSTABEN AUSFÜLLEN

Nachname:

Vorname:

Matrikelnummer:

--	--	--	--	--	--	--	--

Studienfach:

Name des Tutors:

Vorkurs Mathematik besucht? Ja Nein

Unterschrift der/des Studierenden:

Überprüfen Sie die Klausur auf Vollständigkeit, sie besteht aus 11 Seiten.

Bemerkungen:

Aufgabe	max. Pkt.	err. Pkt.
1	10	
2	10	
3	10	
4	10	
5	10	
6	10	
7	10	
8	10	
9	10	
Summe	90	
Note		

Aufgabe 1: Folgen und Reihen (10 Punkte)

1. Geben Sie die Reihe

$$\frac{4}{11} + \frac{8}{55} + \frac{16}{275} + \frac{32}{1375} + \dots$$

in der Form $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ an und berechnen Sie den Wert dieser Reihe.

2. Prüfen Sie die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2^{n+1}}$$

unter Verwendung des Quotientenkriteriums auf absolute Konvergenz.

Aufgabe 2: Differentialrechnung in \mathbb{R} (10 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$x \mapsto f(x) = \begin{cases} \ln(x^2 + 1,5x) + a & \text{für } x \leq -2, a \in \mathbb{R} \\ \frac{x^3 + x^2 + x + 6}{2x + 4} & \text{für } x > -2. \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass die Funktion f für $a = 2$ nicht stetig ist. Wie müsste a gewählt werden, damit die Funktion f stetig ist?

Aufgabe 3: Differentialrechnung in \mathbb{R} (10 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{4\} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$x \mapsto f(x) = \frac{1}{x-4}.$$

- a) Geben Sie die erste Ableitung der Funktion f an.
 - b) Berechnen und vereinfachen Sie $\varphi(\Delta x) = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$.
 - c) Berechnen Sie $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \varphi(\Delta x)$.
-

Aufgabe 4: Approximationsverfahren (10 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{R}$,

$$x \mapsto f(x) = 2\sqrt{2x+7}$$

mit $D := \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -\frac{7}{2}\}$.

Geben Sie das TAYLOR-Polynom 3. Grades $T_{3;x_0}(x)$ mit dem Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ an und berechnen Sie $f(2)$ näherungsweise anhand von $T_{3;1}(2)$.

Aufgabe 5: Grenzwerte (10 Punkte)

Bestimmen Sie folgende Grenzwerte, sofern sie existieren:

a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1^x - 1}{\sin(x) - x}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 - 8x + 77}{3e^{2x}}$$

Aufgabe 6: Kurvendiskussion (10 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = x^4 - 25x^2 - 16x + 70.$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des Newton-Verfahrens näherungsweise einen Extrempunkt der Funktion f und klassifizieren Sie diesen. Verwenden Sie dabei den Startwert $x_0 = 0$ und führen Sie drei Iterationen durch. Runden Sie Ihre Ergebnisse auf vier Nachkommastellen genau.

Aufgabe 7: Integralrechnung in \mathbb{R} (10 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden RIEMANN-Integrale:

a)

$$\int_1^{\infty} \frac{ax + a}{x^4} dx \quad \text{mit } a \in \mathbb{Z}$$

b)

$$\int 6x^2(\cos(x^3 - 5)) dx$$

Aufgabe 8: Differentialrechnung im \mathbb{R}^n (10 Punkte)

Bestimmen Sie für die Funktion $f : (0, \infty)^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$(x, y) \mapsto f(x, y) = 3e^{xy} + \ln(x^2)$$

den Gradienten und die HESSE-Matrix an der Stelle $(x, y) = (2, 1)$.

Aufgabe 9: Optimierung im \mathbb{R}^n (10 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$(x, y) \mapsto f(x, y) = -10x^2 + 4x + 2xy - y^2 - 100.$$

Zeigen Sie, dass die Funktion f eine globale Maximalstelle besitzt.
