Klausuraufgaben Mathematik I, 1. Termin

1. Welche der folgenden Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist injektiv, aber nicht surjektiv?

   a) $x \mapsto e^x$

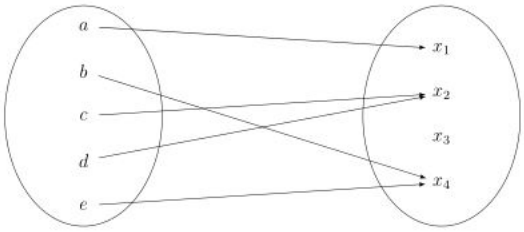
   b) $x \mapsto 0.5x^2$

   c) $x \mapsto x^4$

   d) $x \mapsto \sin(x)$

   e) $x \mapsto x$

2. Gegeben sei die folgende Abbildung: Welche der folgenden Aussagen ist als wahr



   zu beurteilen?

   a) Die Abbildung ist injektiv, aber nicht surjektiv.

   b) Die Abbildung ist surjektiv, aber nicht injektiv.

   c) Die Abbildung ist bijektiv.

   d) Die Abbildung ist weder injektiv noch surjektiv.

   e) Eine Aussage ist nicht möglich.

3. Gegeben seien die zwei Elementaraussagen A und B:

   A: Eine Funktion heißt bijektiv, wenn sie injektiv und surjektiv ist.
   B: Eine quadratische Matrix mit vollem Rang heißt singulär.

   Welche der nachfolgenden fünf zusammengesetzten Aussagen ist als wahr zu beurteilen?

   a) $B \Leftrightarrow A$

   b) $A \vee B$

   c) $\neg A$

   d) $A \wedge B$

   e) $A \Rightarrow B$

4. Gegeben seien die folgenden Aussagen:

$$\begin{aligned} A &: i^2 = 1 \\ B &: \mathbb{N} \subset \mathbb{Q} \\ C &: A \Leftrightarrow \neg(\neg A) \\ D &: |-5| \geq 5 \\ E &: 2+3 = 6 \end{aligned}$$

   Welche der folgenden Aussagen ist als falsch zu beurteilen?

   a) $A \Rightarrow E$

   b) $C \Leftrightarrow B$

   c) D ist wahr.

   d) $\neg(A \vee E) \Rightarrow \neg C$

   e) $(\neg E \wedge B) \Rightarrow D$

5. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit
$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$
Die Matrix $\mathbf{A}$
   a) ist positiv definit.
   b) ist negativ definit.
   c) ist indefinit.
   d) besitzt einen Eigenwert $\lambda = 0$.
   e) ist nicht invertierbar.

6. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$ mit
$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & -3 \\ 0 & -0{,}5 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$
Die Determinante der Matrix $\mathbf{A}$
   a) beträgt -25.
   b) beträgt -18.
   c) beträgt 0.
   d) beträgt 10,5.
   e) beträgt 34.

7. Gegeben sei eine 5×5-Matrix $\mathbf{A}$ mit $\det(\mathbf{A}) = \frac{1}{3}$.
Bestimmen Sie $\det(3\mathbf{A})$.
   a) $\det(3\mathbf{A}) = 81$
   b) $\det(3\mathbf{A}) = 5$
   c) $\det(3\mathbf{A}) = \frac{1}{3}$
   d) $\det(3\mathbf{A}) = 1$
   e) $\det(3\mathbf{A})$ lässt sich nicht berechnen.

8. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 8 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 & -2 \\ 0 & 10 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

Die Determinante der Matrix **A**

a) beträgt 0.

b) beträgt 32.

c) beträgt 62.

d) beträgt 2.

e) lässt sich nicht berechnen.

9. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0{,}5 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Welcher der folgenden Vektoren ist ein Eigenvektor von **A** zum Eigenwert $\lambda = 2$?

a) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

c) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0,5 \end{pmatrix}$

d) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

e) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

10. Gegeben sei das zur Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ gehörige charakteristische Polynom

$$P_{\mathbf{A}}(\lambda) = \lambda(3-\lambda)(1-\lambda).$$

Welche der folgenden Aussagen ist als falsch zu bewerten?

a) Die Matrix $\mathbf{A}$ ist nicht invertierbar.

b) Die Spur von $\mathbf{A}$ beträgt 4.

c) $\det(\mathbf{A}) = 12$.

d) $\mathbf{A}$ ist diagonalisierbar.

e) $\mathbf{A}$ ist positiv semidefinit.

11. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Die Matrix $\mathbf{A}$ besitzt das Spektrum

a) $S = \{-5, -2, 1\}$.

b) $S = \{-1, 2, 5\}$.

c) $S = \{0\}$.

d) $S = \emptyset$.

e) $S = \{1+i, 1-i, i\}$.

12. Gegeben sei das Lineare Gleichunssystem $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ mit folgender erweiterter Koeffizientenmatrix:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{array}\right)$$

Welche der folgenden Aussagen ist als wahr zu beurteilen?

a) Die durch $f_{\mathbf{A}} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3,\ \mathbf{x} \mapsto f_{\mathbf{A}}(\mathbf{x}) := \mathbf{A}\mathbf{x}$ definierte Abbildung ist injektiv.

b) Der zu $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ gehörige Nullraum ist

$$\mathbb{L} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{\nvDash} \middle| \mathbf{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}.$$

c) Die durch $f_{\mathbf{A}} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3,\ \mathbf{x} \mapsto f_{\mathbf{A}}(\mathbf{x}) := \mathbf{A}\mathbf{x}$ definierte Abbildung ist nicht surjektiv.

d) Das Lineare Gleichungssystem besitzt unendlich viele Lösungen.

e) Keine der anderen Aussagen ist wahr.

13. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \pi & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & e \end{pmatrix},$$

wobei π die Kreiszahl und e die Eulersche Zahl ist.
Bestimmen Sie die Inverse $\mathbf{D}^{-1}$.

a) $\mathbf{D}^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\pi} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{e} \end{pmatrix}$

b) $\mathbf{D}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{\pi} \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ \frac{1}{e} & 0 & 0 \end{pmatrix}$

c) $\mathbf{D}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\pi} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{e} \end{pmatrix}$

d) Zu $\mathbf{D}$ existiert keine inverse Matrix.

e) $\mathbf{D}^{-1} = \begin{pmatrix} \pi & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & e \end{pmatrix}$

14. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die zu $\mathbf{A}$ inverse Matrix $\mathbf{A}^{-1}$.

a) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

c) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$

d) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$

e) Die Matrix $\mathbf{A}$ ist nicht invertierbar.

15. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ \frac{3}{2} & 4 \end{pmatrix}.$$

Welcher Eintrag befindet sich in der 2. Zeile der 2. Spalte der inversen Matrix $\mathbf{A}^{-1}$?

a) -1

b) $-\frac{2}{3}$

c) $\frac{2}{9}$

d) 1

e) $\frac{4}{3}$

16. Gegeben sei die komplexe Zahl

$$z = 4i$$

in algebraischer Darstellung. Geben Sie z in exponentieller Form an.

a) $z = 4e^{i\frac{\pi}{2}}$

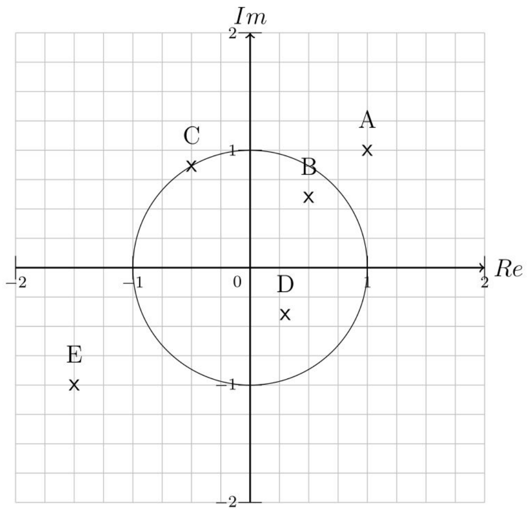
b) $z = 4\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + 4\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) i$

c) $z = e^{i}$

d) $z = 2e^{i\pi}$

e) $z = 4$

17.



Welcher der Punkte lässt sich als

$$e^{i\varphi},\ \varphi \in \mathbb{R}$$

darstellen?

a) A

b) B

c) C

d) D

e) E

18. Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichung

$$z^2 + 4z + 13 = 0.$$

a) $z_1 = 2 + 3i$ und $z_2 = -2 - 3i$

b) $z_1 = 2 + 9i$ und $z_2 = -2 - 9i$

c) $z_1 = -2 + 3i$ und $z_2 = -2 - 3i$

d) $z_1 = -2 + 9i$ und $z_2 = -2 - 9i$

e) Es existiert keine Lösung.

19. Vereinfachen Sie die folgende komplexe Zahl:

$$z = (|4 + 3i|)^2 \cdot i$$

a) $z = 12i$

b) $z = 25i$

c) $z = \sqrt{5}i$

d) $z = 5i$

e) $z = 12$

20. Welche der folgenden Aussagen ist als wahr zu beurteilen?

a) Die Menge $M = \left\{(x, y)|x, y \in \mathbb{R}, y = x^2\right\}$ ist konvex.

b) Die Menge $M = \left\{(x, y)|x, y \in \mathbb{R}, y \leq x^2\right\}$ ist konvex.

c) Die Menge $M = \left\{(x, y)|x, y \in \mathbb{R}, y \geq x^2\right\}$ ist konvex.

d) Keine der anderen Aussagen ist wahr.

e) Mengen können nicht konvex sein.

21. Gegeben sei das lineare Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ mit

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}$$

. Welche der folgenden Aussagen ist als wahr zu beurteilen?

a) Das lineare Gleichungssystem besitzt für $a \in \mathbb{R}$ unendlich viele Lösungen.

b) Das lineare Gleichungssystem besitzt für $a \in \mathbb{R}$ genau eine Lösung.

c) Das lineare Gleichungssystem besitzt für $a = 0$ keine Lösung.

d) Das lineare Gleichungssystem besitzt für $a \neq 0$ keine Lösung.

e) Keine der anderen Aussagen ist wahr.

22. Gegeben sei das lineare Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ mit der zugehörigen erweiterten Koeffizientenmatrix

$$\left(\begin{array}{rrr|r} \frac{2}{3} & -2 & 3 & \frac{25}{3} \\ 0 & 4 & -6 & -12 \\ 0 & 0 & 7 & 21 \end{array}\right).$$

Bestimmen Sie den Lösungsvektor $\mathbf{x}$ des linearen Gleichungssystems $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

a) $\mathbf{x} = \left(7, 4, \frac{2}{3}\right)^T$

b) $\mathbf{x} = \left(\frac{25}{3}, -12, 21\right)^T$

c) $\mathbf{x} = \left(\frac{7}{2}, -\frac{15}{2}, 3\right)^T$

d) $\mathbf{x} = \left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}, 3\right)^T$

e) $\mathbf{x} = (3, 2, 1)^T$

23. Gegeben sei die Menge

$$M = \left\{ \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2{,}5 \\ a \\ -1 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R} \right\}.$$

Für welches $a \in \mathbb{R}$ ist die Menge M ein reeller Vektorraum?

a) a kann nicht so gewählt werden, dass ein reeller Vektorraum entsteht.

b) $a = 0{,}5$

c) $a = 2$

d) $a = 4{,}5$

e) Dies ist für jedes $a \in \mathbb{R}$ der Fall.

24. Gegeben sei die Menge

$$M = \left\{ \left(\begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \right) \middle| x, y, z \in \mathbb{R}, x \cdot y \cdot z = 0 \right\}.$$

Welche der folgenden Aussagen ist als wahr zu beurteilen?

a) Die Menge M ist bezüglich der Addition abgeschlossen.

b) Die Menge M ist bezüglich der skalaren Multiplikation abgeschlossen.

c) Die Menge M ist bezüglich der skalaren Multiplikation nicht abgeschlossen.

d) Es handelt sich bei der Menge M um einen reellen Vektorraum.

e) Keine der anderen Aussagen ist wahr.

25. Gegeben seien die Matrizen $\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie $\mathbf{C} = \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{A}$.

a) $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 10 & 9 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$

b) $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 12 & 12 \end{pmatrix}$

c) $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$

d) $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$

e) $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$

26. Gegeben seien die Matrizen $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2\times 11}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{1\times 2}$ und $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{7\times 11}$. Bestimmen Sie die Ordnung der Matrix $\mathbf{M} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{B}^T$.

    a) $\mathbf{M}$ ist eine Matrix der Ordnung 11×11.

    b) $\mathbf{M}$ ist eine Matrix der Ordnung 7×1.

    c) $\mathbf{M}$ ist eine Matrix der Ordnung 1×7.

    d) $\mathbf{M}$ ist eine Matrix der Ordnung 1×2.

    e) $\mathbf{M}$ ist eine Matrix der Ordnung 2×2.

27. Welche der folgenden Aussagen ist als wahr zu beurteilen?

    a) Matrizenmultiplikation ist kommutativ.

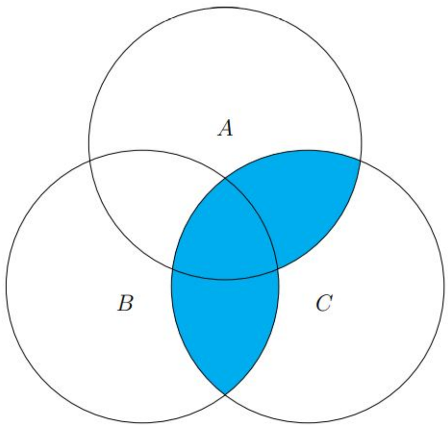
    b) Dreiecksmatrizen haben immer vollen Rang.

    c) Für zwei Matrizen $\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ gilt $\det(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \det(\mathbf{A}) + \det(\mathbf{B})$.

    d) Ist das Skalarprodukt zweier Vektoren null, so sind diese parallel.

    e) Für eine invertierbare Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ gilt $(\mathbf{A}^{-1})^T = (\mathbf{A}^T)^{-1}$.

28. Gegeben seien drei Mengen A, B und C mit folgendem Venn-Diagramm:



Welcher Bereich ist farblich markiert?

a) $A \cap C$

b) $(A \cap C) \setminus B$

c) $(A \cap C) \cup (B \cap C)$

d) $(A \cup C) \cap (B \cup C)$

e) $(A \cup B) \setminus (A \cap C)$

29. Wieviele Elemente hat die Potenzmenge von $M = \{2, 3, \pi\}$?

a) 3

b) 6

c) 8

d) 9

e) 10

30. Gegeben seien die nichtleeren Mengen A, B und Ω mit $A, B \subset \Omega$.
Welche der folgenden Aussagen ist als wahr zu bewerten?

a) $A \subset B \Rightarrow A \cap B = B$.

b) $B \subseteq A \Rightarrow A$ und B sind disjunkt.

c) $\bar{A} \cap \bar{B} = A \cup B$.

d) A und B sind disjunkt $\Rightarrow \bar{A} \cap B = \bar{B} \cap A$.

e) $B \subset A \Rightarrow A \cap B = B$.

31. Gegeben seien die Mengen

$$A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$$
$$B = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 4\}$$
$$C = \{2, 4, 6, 7, 9\}$$

und die Grundmenge

$$D = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 11\}.$$

Welche der folgenden Mengen beschreibt

$$\overline{(A \cup B)} \setminus C \text{ ?}$$

a) $\{8, 10, 11\}$

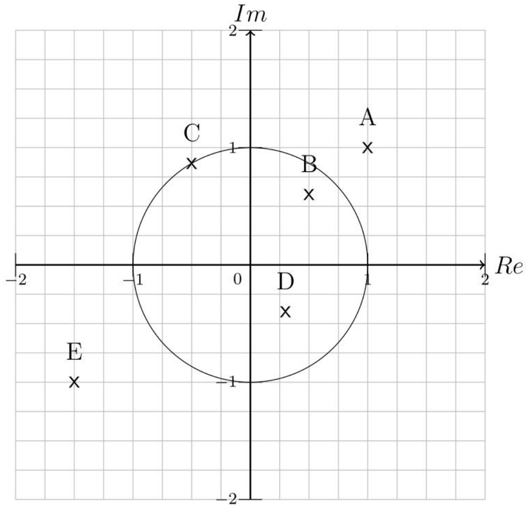
b) $\{1, 3, 5\}$

c) $\emptyset$

d) $\{2, 6, 10\}$

e) $\{11\}$

32.



Betrachten Sie die folgenden Mengen:

$$Z_1 = \{z \in \mathbb{C} : Re(z) \geq 0\}$$
$$Z_2 = \{z \in \mathbb{C} : Im(z) \geq 0\}$$
$$Z_3 = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}$$

Welcher Punkt der obigen Abbildung befindet sich in der Schnittmenge $Z_S = Z_1 \cap Z_2 \cap Z_3$?

a) A

b) B

c) C

d) D

e) E

33. Für eine quadratische Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ gelte $\mathbf{A}\mathbf{A}^T = \mathbf{A}^T\mathbf{A} = \mathbf{E}$.
Welche der folgenden Aussagen ist als falsch zu beurteilen?

a) Die Spalten- und Zeilenvektoren sind untereinander paarweise orthogonal.

b) $\left|\det(\mathbf{A}^{-1})\right| = 1$.

c) Die Spalten- und Zeilenvektoren haben die Länge 1.

d) Die Matrix $\mathbf{A}$ ist nicht invertierbar.

e) Die Matrix $\mathbf{A}$ ist regulär.

34. Gegeben sei die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -k & 1 \\ 1 & -k \end{pmatrix}.$$

Für welches k ist die Matrix $\mathbf{A}$ eine orthogonale Matrix?

a) $k = 1$

b) $k = -\frac{1}{2}$

c) $k = -1$

d) $k = 0$

e) Es existiert kein solches $k \in \mathbb{R}$.

35. Bestimmen Sie die zur Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

gehörige quadratische Form $q(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T\mathbf{A}\mathbf{x}$.

a) Zur Matrix $\mathbf{A}$ existiert keine quadratische Form $q(\mathbf{x})$.

b) $q(\mathbf{x}) = -x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 8x_1x_3$

c) $q(\mathbf{x}) = x_1^2 - 2x_2^2 - x_3^2 - 2x_1x_2 - 8x_1x_3$

d) $q(\mathbf{x}) = -x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_3 + 8x_2x_3$

e) $q(\mathbf{x}) = x_1^2 + 2x_2^2 - x_3^2 + 2x_1x_2 + 8x_1x_3$

36. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{3\times 2}$ mit

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & a \\ 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

Für welches $a \in \mathbb{R}$ besitzt die Matrix $\mathbf{M}$ den Rang 1?

a) Es gibt kein solches $a \in \mathbb{R}$.

b) 0

c) -1

d) 5

e) Für jedes $a \in \mathbb{R}$.

37. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -2 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Welche der folgenden Aussagen ist als falsch zu bewerten?

a) Die Matrix $\mathbf{A}$ ist symmetrisch.

b) Die Matrix $\mathbf{A}$ ist diagonalisierbar.

c) Es gilt $\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$.

d) Es gilt $\mathbf{A} = \mathbf{A}^{-1}$.

e) Die Spur der Matrix beträgt 5.

38. Gegeben seien die beiden Ortsvektoren $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^{3\times 1}$ mit

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie den Abstand der beiden Punkte, die durch die Ortsvektoren **a** und **b** gegeben sind.

a) $14 + \sqrt{2}$

b) $7\sqrt{2}$

c) 6,5

d) $4 + \sqrt{2}$

e) 10

39. Gegeben sei der Spaltenvektor $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{3\times 1}$ mit

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -7 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Welcher der folgenden Spaltenvektoren **w** ist linear abhängig zum Vektor **v**?

a) $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 21 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$

b) $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 14 \\ 16 \\ 4 \end{pmatrix}$

c) $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$

d) $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 1{,}4 \\ 0{,}4 \\ -0{,}6 \end{pmatrix}$

e) $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} -21 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix}$

40. Bei welcher der folgenden Aussagen handelt es sich um eine Tautologie?

a) $(\neg A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \vee B)$

b) $(\neg A \Rightarrow B) \wedge (A \vee B)$

c) $(\neg A \Rightarrow B) \vee (A \vee B)$

d) $(\neg A \Rightarrow B) \Rightarrow \neg(A \vee B)$

e) Es handelt sich bei keiner der Aussagen um eine Tautologie.