1. Gegeben sei die Menge $M = \{a, 4\}$.
   Bestimmen Sie die Potenzmenge von $M$.

   a) $\mathscr{P}(M) = \{a, 4\}$

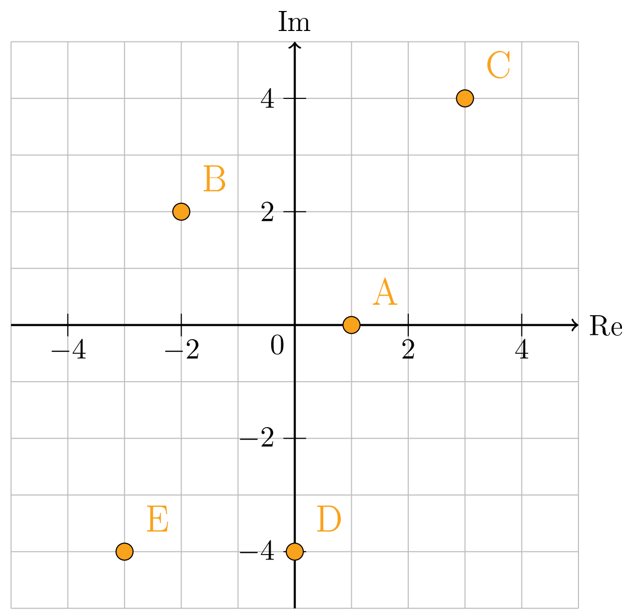
   b) $\mathscr{P}(M) = \{\{a\}, \{4\}, M, \emptyset\}$

   c) $\mathscr{P}(M) = \{4\}$

   d) $\mathscr{P}(M) = 4$

   e) $\mathscr{P}(M) = \{\{a\}, \{4\}, M\}$

2. Gegeben seien die komplexen Zahlen $z_1 = |3i + 4|$ und $z_2 = \overline{\frac{4}{5}i}$.
   Welchen Punkt markiert das Produkt $z_1 z_2$ in der komplexen Zahlenebene?




   a) A

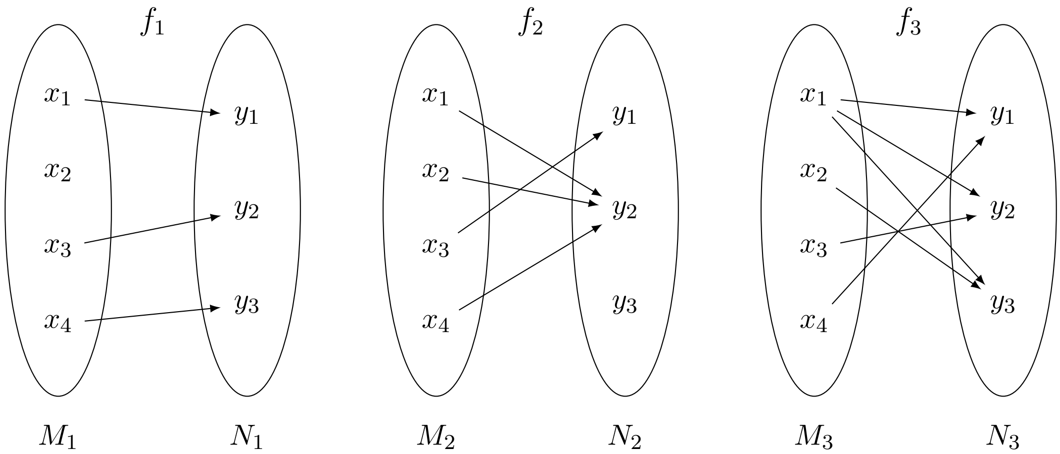
   b) B

   c) C

   d) D

   e) E

3. Nachfolgend sind die Zuordnungen $f_i : M_i \to N_i, \quad i = 1, 2, 3$ gegeben:




Welche Aussage ist als wahr zu beurteilen?

a) Bei $f_1$, $f_2$ und $f_3$ handelt es sich um Abbildungen.

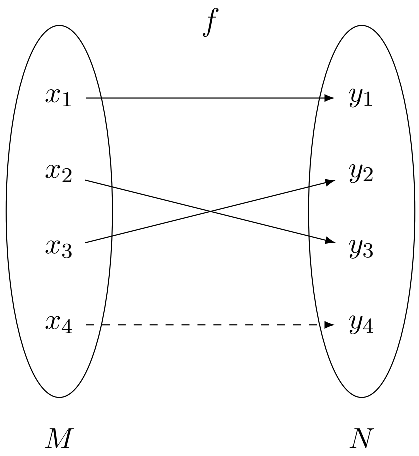
b) Nur bei $f_2$ handelt es sich um eine Abbildung.

c) Nur bei $f_3$ handelt es sich um eine Abbildung.

d) Nur bei $f_1$ handelt es sich um eine Abbildung.

e) Bei $f_2$ und $f_3$ handelt es sich um Abbildungen, aber nicht bei $f_1$.

4. Nachfolgend ist die bijektive Abbildung $f : M \to N$ gegeben:




Was gilt nach Entfernen des gestrichelten Pfeils von $x_4$ nach $y_4$?

a) Es handelt sich nicht mehr um eine Abbildung.

b) $f$ ist injektiv, aber nicht surjektiv.

c) $f$ ist bijektiv, jedoch nicht umkehrbar.

d) $f$ ist surjektiv, aber nicht injektiv.

e) $f$ ist bijektiv, umkehrbar und punktsymmetrisch zum Ursprung.

5. Gegeben sei die bijektive Abbildung

$$f : [4, \infty) \to \mathbb{R}_+, x \mapsto \sqrt{x-4}.$$

Welche der folgenden Abbildungen ist die Umkehrabbildung von f?

a) $f^{-1} : \mathbb{R}_+ \to [4, \infty), x \mapsto \ln(x+8)$

b) $f^{-1} : \mathbb{R}_+ \to [-4, \infty), x \mapsto e^{4x}$

c) $f^{-1} : \mathbb{R}_+ \to [4, \infty), x \mapsto x^2 + 4$

d) $f^{-1} : [4, \infty) \to (-\infty, 4), x \mapsto x^2 + 4$

e) $f^{-1} : [-4, 4) \to \mathbb{R}_+, x \mapsto \ln(x+8)$

6. Gegeben sei das charakteristische Polynom

$$p_{\mathbf{A}}(\lambda) = (\lambda - 3)^2(\lambda + 5)(\lambda - 1)$$

der Matrix $\mathbf{A}$. Bestimmen Sie $\det(\mathbf{A})$.

   a) $\det(\mathbf{A}) = -15$

   b) $\det(\mathbf{A}) = 11$

   c) $\det(\mathbf{A}) = -1$

   d) $\det(\mathbf{A}) = 0$

   e) $\det(\mathbf{A}) = -45$

7. Gegeben sei der Eigenvektor $\mathbf{x} = c \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

   Aus welchem der folgenden Tableaus wurde der Eigenvektor $\mathbf{x}$ bestimmt?

   a)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 6 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

   b)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 3 & 2 & -2 \\ 0 & \frac{1}{7} & \frac{2}{21} & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

   c)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -17 & 13 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

d)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \frac{19}{34} & \frac{197}{193} & \frac{101}{41} & 0 \\ 0 & 1 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

e)

$$\left(\begin{array}{ccc|r} 6 & 1 & 4 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

8. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A}$ und ihre zugehörige Diagonalmatrix $\mathbf{D}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -6 \\ 0 & -4 & -6 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Menge der Eigenwerte von $\mathbf{A}$.

a) $\{-1, 2\}$

b) $\{-4, -1, 5\}$

c) $\{-1, 1, 2\}$

d) $\emptyset$

e) $\{-2, 3, 4\}$

9. Gegeben sei die zur Matrix $\mathbf{A}$ gehörende quadratische Form

$$q(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = 17x_1^2 - 4x_2^2 + \sqrt{5}x_3^2 + 6x_1x_2.$$

Bestimmen Sie die symmetrische Matrix $\mathbf{A}$.

a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 17 & 6 & 0 \\ 6 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{5} \end{pmatrix}$

b) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 17 & 3 & 0 \\ 3 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

c) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 17 & 3 & 0 \\ 3 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{5} \end{pmatrix}$

d) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 8{,}5 & 1{,}5 & 0 \\ 1{,}5 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{5}}{2} \end{pmatrix}$

e) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 289 & 6 & 0 \\ 6 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

10. Gegeben sei die Menge

$$M = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{pmatrix} \middle| a \in \mathbb{R} \right\}.$$

Welche der folgenden Aussagen ist als wahr zu beurteilen?

a) Die Menge $M$ ist nur bezüglich Addition abgeschlossen.

b) Die Menge $M$ ist nur bezüglich skalarer Multiplikation abgeschlossen.

c) Die Menge $M$ ist ein reeller Vektorraum.

d) Die Menge $M$ ist weder bezüglich Addition, noch skalarer Multiplikation abgeschlossen.

e) Es lässt sich aufgrund der Abhängigkeit von $a$ keine Aussage treffen.

11. Gegeben sei das lineare Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ mit der zugehörigen erweiterten Koeffzientenmatrix

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 4 & 0 \\ 3 & 3 & 6 & 1 \end{array}\right).$$

Welche der folgenden Aussagen ist als wahr zu beurteilen?

a) Ist $a = 2$, so existiert keine Lösung.

b) Ist $a = 1$, so existieren unendlich viele Lösungen.

c) Es gibt unabhängig von $a$ unendlich viele Lösungen.

d) Es gibt unabhängig von $a$ keine Lösung.

e) Es gibt unabhängig von $a$ genau eine Lösung.

12. Gegeben seien die Vektoren

$$v = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad w = \begin{pmatrix} 15 \\ a \\ -12 \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}$$

Für welches $a$ sind die beiden Vektoren linear abhängig?

a) $a = -5$

b) $a = -6$

c) $a = 0$

d) $a = 3$

e) Es gibt kein solches $a$.

13. Gegeben sei der Ortsvektor **a** eines Punktes $A$

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Wie groß ist der Abstand $d$ von $A$ zum Ursprung?

a) $d = 5$

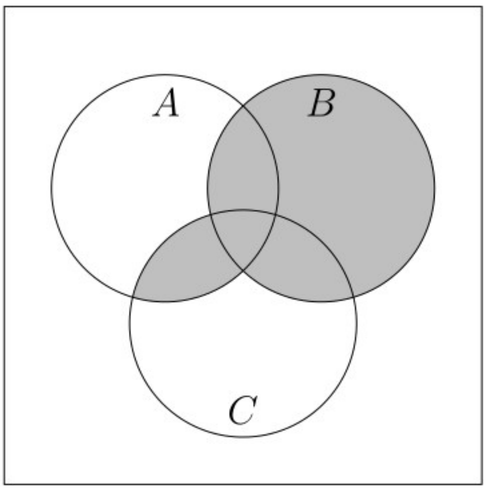
b) $d = 11$

c) $d = 13$

d) $d = 19$

e) $d = 144$

14. Gegeben seien drei Mengen $A, B$ und $C$ mit folgendem Venn-Diagramm:




Welcher Bereich ist grau markiert?

a) $B \cup (A \cap C)$

b) $(B \cup A \cup C) \setminus A \setminus C$

c) $\overline{(A \cup C)}$

d) $(B \cup C) \setminus \overline{A}$

e) $(B \cap A \cap C) \cup B$

15. Gegeben seien die nichtleeren Mengen A, B und $\Omega$ mit $A, B \subset \Omega$. Welche der folgenden Aussagen ist als wahr zu beurteilen?

    a) $\overline{A} \cup \Omega = \Omega \setminus (A \cup B)$

    b) Es existiert eine nichtleere Menge $C = \Omega \setminus (A \cup B)$

    c) $\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{A \cup B}$

    d) $\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{A \cap B}$

    e) $\Omega = A \cup B$

16. Sei $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ eine reguläre Matrix. Welche der folgenden Aussagen ist als falsch zu beurteilen?

    a) Die Spalten von A bilden ein Erzeugendensystem des $\mathbb{R}^3$.

    b) Die Zeilen von A bilden ein Erzeugendensystem des $\mathbb{R}^3$.

    c) A hat vollen Rang.

    d) Jede $2 \times 2$ Untermatrix bildet ein Erzeugendensystem des $\mathbb{R}^2$.

    e) Alle Eigenwerte von $\mathbf{A}$ sind ungleich Null.

17. Vereinfachen Sie die folgende komplexe Zahl $z \in \mathbb{C}$:

$$z = \frac{10 + 4i}{-2i}$$

a) $z = -5 + 2i$

b) $z = 5 - 2i$

c) $z = 2 + 5i$

d) $z = -2 - 5i$

e) $z = -2 + 5i$

18. Gegeben seien die beiden dreidimensionalen Vektoren

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ a \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie $a$ so, dass die beiden Vektoren orthogonal zueinander sind.

a) $a = 2$

b) $a = -6$

c) $a = 0$

d) Es gibt kein solches $a$.

e) $a = -2$

19. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3\times 2}$ und die Matrix $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie $\mathbf{C}^T$ mit $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

a) $\mathbf{C}^T = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 4 & 7 & 3 \end{pmatrix}$

b) $\mathbf{C}^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

c) $\mathbf{C}^T = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

d) $\mathbf{C}^T = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 7 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

e) $\mathbf{C}^T = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

20. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Rang $\operatorname{rang}(\mathbf{A})$ der Matrix $\mathbf{A}$.

a) $\operatorname{rang}(\mathbf{A}) = 2$

b) $\operatorname{rang}(\mathbf{A}) = 1$

c) $\operatorname{rang}(\mathbf{A}) = 3$

d) $\operatorname{rang}(\mathbf{A}) = 0$

e) Da die Matrix **A** nicht symmetrisch ist, lässt sich der Rang nicht bestimmen.

21. Gegeben seien die zwei Aussagen $A$ und $B$:

$A$: Eine quadratische Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ist genau dann invertierbar, wenn sie singulär ist.
$B$: $\sqrt{144} = 12$

Welche der folgenden zusammengesetzten Aussagen ist als wahr zu beurteilen?

a) $B \Rightarrow A$

b) $\neg B$

c) $B \wedge A$

d) $\neg A \wedge \neg B$

e) $(A \vee B) \Rightarrow \neg A$

22. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Definitheitseigenschaft der Matrix $\mathbf{A}$.

a) Die Matrix $\mathbf{A}$ ist negativ definit.

b) Die Matrix $\mathbf{A}$ ist positiv definit.

c) Die Matrix $\mathbf{A}$ ist indefinit.

d) Die Matrix $\mathbf{A}$ ist negativ semidefinit.

e) Alle anderen Antworten sind falsch.

23. Gegeben seien die drei Matrizen $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie $\det(\mathbf{D})$ mit $\mathbf{D} = \mathbf{ABC}$.

a) $\det(\mathbf{D}) = 12$

b) $\det(\mathbf{D}) = 0$

c) $\det(\mathbf{D}) = 10$

d) $\det(\mathbf{D}) = 36$

e) $\det(\mathbf{D}) = 18$

24. Gegeben seien zwei Matrizen $\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit $\det(\mathbf{A}) = 3$ und $\det(\mathbf{B}) = 0$. Bestimmen Sie $\det(\mathbf{B} - 2\mathbf{A})$.

a) $\det(\mathbf{B} - 2\mathbf{A}) = 6$

b) $\det(\mathbf{B} - 2\mathbf{A}) = 0$

c) $\det(\mathbf{B} - 2\mathbf{A}) = 12$

d) $\det(\mathbf{B} - 2\mathbf{A}) = -12$

e) Anhand der gegebenen Informationen lässt sich $\det(\mathbf{B} - 2\mathbf{A})$ nicht bestimmen.

25. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, sowie ihre beiden Eigenvektoren $\mathbf{x}_1$ und $\mathbf{x}_2$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_1 = a\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_2 = b\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad a, b \in \mathbb{R}\setminus\{0\}.$$

Bestimmen Sie die zu $\mathbf{A}$ gehörige Diagonalmatrix $\mathbf{D}$.

a) $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

b) $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

c) $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

d) $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

e) $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

26. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Welcher der folgenden Vektoren ist ein Eigenvektor von $\mathbf{A}$ zum Eigenwert $\lambda = -4$?

a) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

c) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

d) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

e) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$

27. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie das charakteristische Polynom und die Eigenwerte von $\mathbf{A}$.

a) $P_{\mathbf{A}}(\lambda) = \lambda^2 - 5\lambda + 6$ mit den Eigenwerten $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$.

b) $P_{\mathbf{A}}(\lambda) = \lambda^2 - 2\lambda + 2$ mit den Eigenwerten $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$.

c) $P_{\mathbf{A}}(\lambda) = \lambda^2 - 5\lambda + 6$ mit den Eigenwerten $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0$.

d) $P_{\mathbf{A}}(\lambda) = \lambda^2 - 4\lambda + 3$ mit den Eigenwerten $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1$.

e) Die Matrix $\mathbf{A}$ besitzt kein charakteristisches Polynom und somit auch keine Eigenwerte.

28. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Die Matrix $\mathbf{A}$ besitzt das Spektrum

a) $S = \{-1, 1\}$.

b) $S = \emptyset$.

c) $S = \{-1 + i, -1 - i\}$.

d) $S = \{0, 1\}$.

e) $S = \{i, -i\}$.

29. Gegeben seien die beiden Matrizen $\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & a \\ a & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen sie $a$ so, dass $\mathbf{A} = \mathbf{B}^{-1}$ gilt.

a) $a = -\frac{1}{2}$

b) $a = 0$

c) $a = 2$

d) $a = -2$

e) Es gibt kein solches $a$.

30. Gegeben seien die Matrizen $\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -4 & 3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} s & 2 & 6 \\ 1 & 1 & s \\ -3 & -2 & -5 \end{pmatrix}, \quad s \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie den Parameter $s$ so, dass $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$ gilt.

a) $s = 1$

b) $s = -1$

c) $s = 3$

d) $s = -3$

e) Es gibt kein solches $s$.

31. Vereinfachen Sie die folgende komplexe Zahl $z \in \mathbb{C}$:

$$z = \frac{\overline{-2+i}}{(1+i)^2 + 2 - i}$$

a) $z = -1$

b) $z = 2 + i$

c) $z = -2 - i$

d) $z = 1 + i$

e) $z = -i$

32. Welche der folgenden Mengen ist konvex?

a) $M = \{(x, y)|x, y \in \mathbb{R}, y = e^x\}$

b) $M = \{(x, y)|x, y \in \mathbb{R}, y \leq e^x\}$

c) $M = \{(x, y)|x, y \in \mathbb{R}, y \geq e^x\}$

d) $M = \{(x, y)|x, y \in \mathbb{R}, y \geq \ln(x)\}$

e) $M = \{(x, y)|x, y \in \mathbb{R}, y = \ln(x)\}$

33. Gegeben sei ein lineares Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ mit $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{4\times 3}$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{3\times 1}$ und $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{4\times 1}$.
Welche der folgenden Aussagen ist als wahr zu beurteilen?

a) Das lineare Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ kann nicht lösbar sein.

b) Das lineare Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ ist stets eindeutig lösbar.

c) Ist das lineare Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ eindeutig lösbar, so sind die Zeilenvektoren von $\mathbf{A}$ linear abhängig.

d) Das lineare Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ hat höchstens eine Lösung.

e) Keine der anderen Aussagen ist wahr.

34. Gegeben sei das lineare Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ mit der zugehörigen erweiterten Koeffizientenmatrix

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 2 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & -1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right).$$

Welche der folgenden Aussagen ist als wahr zu beurteilen?

a) Das lineare Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ ist nicht lösbar.

b) Die Matrix $\mathbf{A}$ ist singulär.

c) Die Matrix $\mathbf{A}$ ist invertierbar.

d) Die Zeilen der Matrix $\mathbf{A}$ sind linear abhängig.

e) Keine der anderen Aussagen ist wahr.

35. Gegeben sei das folgende lineare Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ mit

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 94 \\ 18 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Lösungsvektor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ des linearen Gleichungssystems.

a) $\mathbf{x} = (7, 13, 6)^T$

b) $\mathbf{x} = (6, 13, 2)^T$

c) $\mathbf{x} = (-1, 2, 1)^T$

d) $\mathbf{x} = (5, 7, 6)^T$

e) $\mathbf{x} = (7, 13, 4)^T$

36. Gegeben seien die folgenden Matrizen:

$$\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2\times 3}, \quad \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{3\times 1} \quad \text{und} \quad \mathbf{C} \in \mathbb{R}^{1\times 2}$$

Welches Produkt kann nicht gebildet werden?

a) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$

b) $\mathbf{C} \cdot \mathbf{A}$

c) $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \cdot \mathbf{C})$

d) $\mathbf{C}^T \cdot \mathbf{B}^T$

e) $\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{A}$

37. Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & a \\ 1 & a & 0 \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}$$

Wie muss $a$ gewählt werden, damit die Matrix $\mathbf{A}$ singulär ist?

a) $a = \frac{1}{4}$

b) $a \neq 1$

c) Es gibt kein solches $a$.

d) $a \neq -\frac{1}{4}$

e) $a = 1$

38. Gegeben seien die Mengen

$$\begin{aligned} A &= \{a, c, e, g, i\} \\ B &= \{b, c, d, f, g, i\} \\ C &= \{e, g, h\} \end{aligned}$$

und die Grundmenge

$$\Omega = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}.$$

Welche der folgenden Mengen beschreibt

$$\overline{A \cap C} \cap B?$$

a) $\{b, c, d, f, g, i\}$

b) $\{b, c, d\}$

c) $\{b, c, d, f, i\}$

d) $\{b, f, i\}$

e) Keine der anderen Antworten ist richtig.

39. Bei welcher der folgenden Aussagen handelt es sich um eine Tautologie?

a) $(A \wedge B) \Rightarrow B$

b) $\neg(A \wedge B)$

c) $(A \wedge B) \Rightarrow \neg A$

d) $B \Rightarrow (A \wedge B)$

e) $\neg A \Rightarrow (A \wedge B)$

40. Welche der folgenden Funktionen $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ ist surjektiv, aber nicht injektiv?

a) $x \mapsto f(x) = (3 - x)^4$

b) $x \mapsto f(x) = \sin(x)$

c) $x \mapsto f(x) = -x$

d) $x \mapsto f(x) = 6x^2$

e) Das trifft auf keine der Funktionen zu.