

Statistik I
WS 2013/2014
Musterlösung 5
Aufgaben 16 - 18

Aufgabe 16

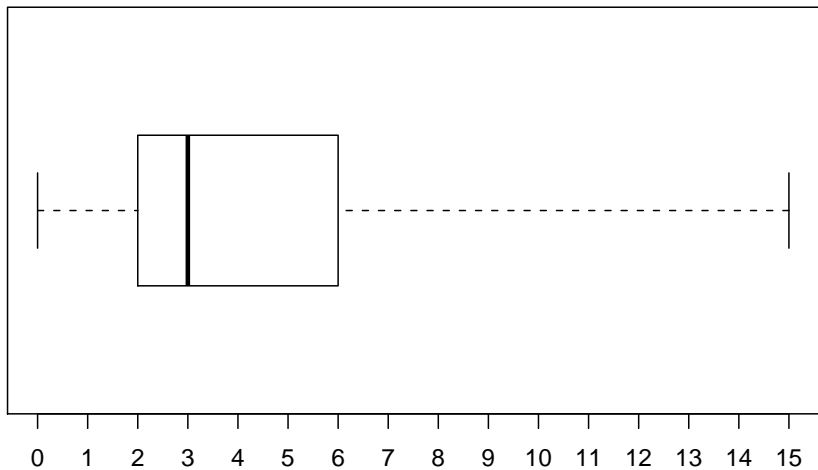
Für den Boxplot berechnet man zuerst den Median. Da $n = 17$ ungerade gilt:

$$\begin{aligned}\bar{x}^{\text{Med}} &= x_{\lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor} \\ &= x_{[9]} \\ &= 3\end{aligned}$$

Das 25%- und das 75%-Quantil liest man aus nachfolgender Tabelle ab.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	15
$\widehat{F}(x_i)$	0,118	0,176	0,294	0,529	0,588	0,647	0,765	0,824	0,882	0,941	1

Man erhält somit $z_{0,25} = 2$ und $z_{0,75} = 6$. Außerdem ist $z_{[1]} = 0$ und $z_{[17]} = 15$.

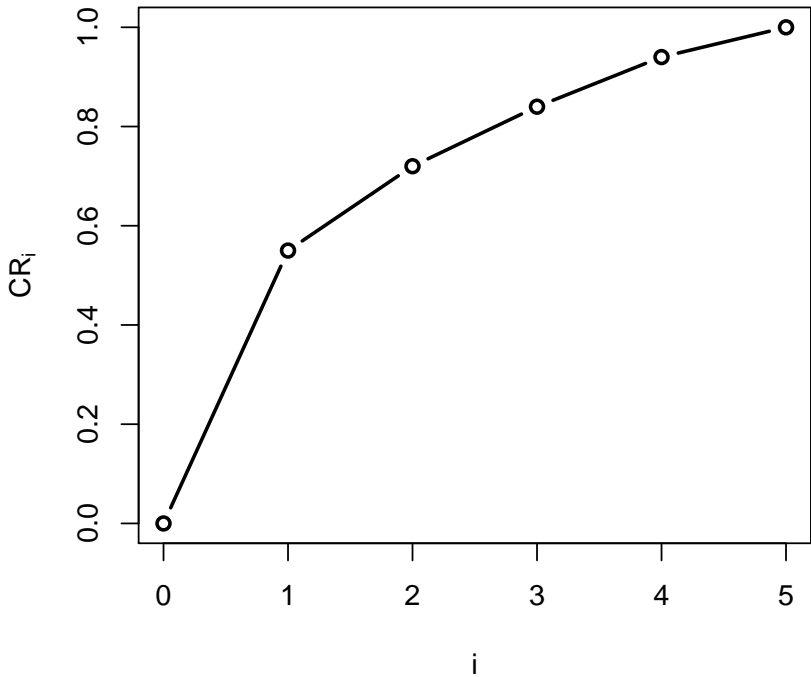


Aufgabe 17

Für die Konzentrationskurve verwendet man nachfolgende Arbeitstabelle.

j	1	2	3	4	5
c_j	0,06	0,10	0,12	0,17	0,55

k	1	2	3	4	5
CR_k	0,55	0,72	0,84	0,94	1



Den Herfindahl-Index erhält man durch:

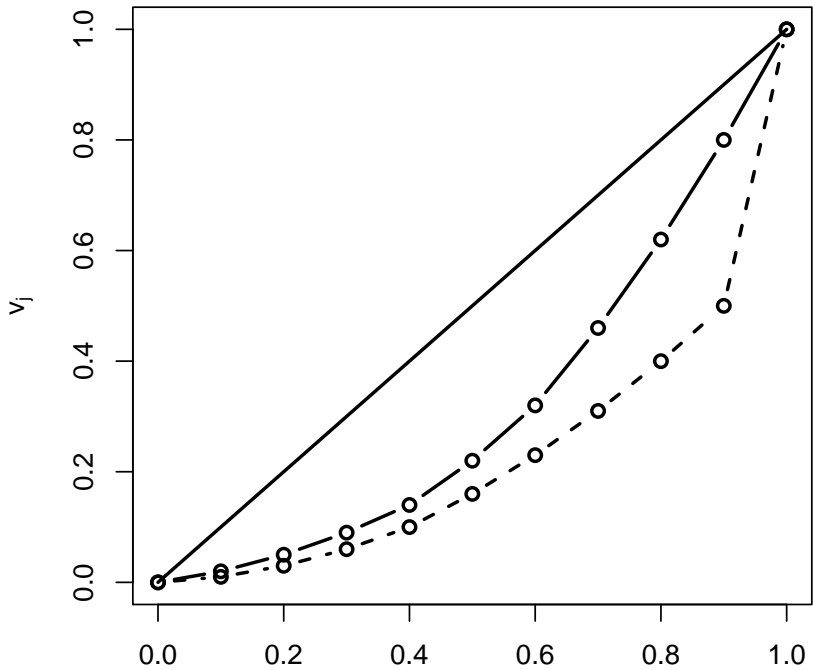
$$\begin{aligned} H &= \sum_{j=1}^n c_j^2 \\ &= 0,06^2 + 0,10^2 + 0,12^2 + 0,17^2 + 0,55^2 \\ &= 0,3594 \end{aligned}$$

Aufgabe 18

Für die Lorenzkurven verwendet man nachfolgende Tabellen.

j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$x_j^{(I)}$		20	30	40	50	80	100	140	160	180	200	$\Sigma = 1000$
$u_j^{(I)}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	
$v_j^{(I)}$	0	0,02	0,05	0,09	0,14	0,22	0,32	0,46	0,62	0,8	1	

j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$x_j^{(II)}$		10	20	30	40	60	70	80	90	100	500	$\Sigma = 1000$
$u_j^{(II)}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	
$v_j^{(II)}$	0	0,01	0,03	0,06	0,1	0,16	0,23	0,31	0,4	0,5	1	



Für die beiden Gini-Koeffizienten berechnet man:

$$\begin{aligned}G_I &= 1 - \sum_{j=1}^n (v_j + v_{j-1})(u_j - u_{j-1}) \\&= 1 - [(0,02 + 0)(0,1 - 0) + \dots + (1 + 0,8)(1 - 0,9)] \\&= 1 - 0,644 \\&= 0,356\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}G_{II} &= 1 - \sum_{j=1}^n (v_j + v_{j-1})(u_j - u_{j-1}) \\&= 1 - [(0,01 + 0)(0,1 - 0) + \dots + (1 + 0,5)(1 - 0,9)] \\&= 1 - 0,46 \\&= 0,54\end{aligned}$$

Damit erhält man für die normierten Gini-Koeffizienten:

$$\begin{aligned}G_I^* &= \frac{n}{n-1} \cdot G_I \\ &= \frac{10}{10-1} \cdot 0,356 \\ &= 0,39\bar{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}G_{II}^* &= \frac{n}{n-1} \cdot G_{II} \\ &= \frac{10}{10-1} \cdot 0,54 \\ &= 0,6\end{aligned}$$