

Übungen zur Statistischen Qualitätskontrolle

- 1) Geben Sie vollständige Wertetabellen der Verteilungsfunktionen von $H(120;6;0,1)$, $Bi(6;0,1)$ und $Po(0,6)$ sowie von $Bi(6;0,01)$ und $Po(0,06)$ an und vergleichen Sie diese Verteilungsfunktionen.
- 2) Untersuchen Sie die Operationscharakteristik $L_{n,c}(p)$ für $c = n-1$.
- 3) Bestimmen Sie die Stichprobenumfänge n , für die eine Lieferung mit einem Ausschussanteil von 0,01 mittels des Prüfplanes $(n,0)$ in höchstens 1% aller Fälle angenommen wird. Bestimmen Sie darunter den Prüfplan mit dem kleinsten Stichprobenumfang und berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine nach diesem Plan geprüfte Lieferung mit einem Ausschussanteil von 0,001 angenommen wird.
Welche Annahmewahrscheinlichkeit hat eine nach dem Plan $(30,0)$ geprüfte Lieferung mit dem Ausschussanteil $p=0,01; 0,05; 0,1$?
- 4) Skizzieren Sie die Operationscharakteristiken $L_{n,c}(p)$ und $L_{N,n,c}(p)$ für $n=3, c=1$ und $N=3, N=10, N=30$.
Für welche Werte von p ist $L_{N,n,c}(p)$ definiert?
Geben Sie an, für welche Ausschussanteile $L_{N,3,1}(p) > L_{3,1}(p)$ beziehungsweise $L_{N,3,1}(p) < L_{3,1}(p)$ gilt.
- 5) Ein Warenlager enthält 5000 Exemplare eines bestimmten Einzelteiles, unter denen sich 4% defekte Stücke befinden. Durch zufälliges Herausgreifen aus diesem Lager wird eine Lieferung von 300 Stücken zusammengestellt. Berechnen Sie approximativ die Wahrscheinlichkeit, dass diese Lieferung höchstens 15 defekte Stücke enthält. Wenden Sie alle bekannten Approximationsmöglichkeiten an.
- 6) In einem Betrieb sind im Rahmen der Endkontrolle laufend Partien größeren Umfangs zu prüfen. Diese Kontrolle soll so geschehen, dass Partien mit einem Ausschussanteil von 10% höchstens in einem Viertel aller Fälle zurückgewiesen werden, während Partien mit 30% Ausschuss höchstens mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% unbeanstandet die Kontrolle passieren.

- a) Bestimmen Sie einen Prüfplan (n,c) mit minimalem Stichprobenumfang mit Hilfe einer möglichst guten Approximationsformel.
- b) Erfüllt für den in a) bestimmten Prüfplan die Operationscharakteristik $L_{n,c}(p)$ obige Forderungen wirklich? Kann man bei fester Annahmezahl den Stichprobenumfang noch verkleinern, ohne dass $L_{n,c}(p)$ die gewünschten Eigenschaften verliert?
- c) Wie groß müssen die Partien mindestens sein, damit leicht nachzuweisen ist, dass bei dem letzten in b) bestimmten Prüfplan (n,c) auch die exakte Operationscharakteristik $L_{N,n,c}(p)$ die gewünschten Eigenschaften besitzt?
- 7) Ein Konsument erhält laufend Lieferungen vom Umfang $N=5000$. Er möchte erreichen, dass Lieferungen, die weniger als 51 schlechte Stücke enthalten, durchschnittlich in höchstens einem von 10 Fällen zurückgewiesen werden. Andererseits sollen Lieferungen, die mehr als 199 schlechte Stücke enthalten, durchschnittlich in höchstens einem von 10 Fällen angenommen werden.
Bestimmen Sie approximativ einen Prüfplan mit kleinstmöglichem n , der den genannten Forderungen genügt (2. Näherung).
- 8) Eine Firma erhält laufend Warenlieferungen vom Umfang 3000. Nimmt sie diese ohne Kontrolle an, so bringt jedes gute Stück einen Gewinn von 2,50 EUR, während jedes schlechte Stück einen Verlust von 7,50 EUR verursacht. Lässt die Firma die Lieferung jedoch ohne Kontrolle zurückgehen, so verursacht jedes gute Stück 1,00 EUR und jedes schlechte Stück 0,50 EUR Verlust. Die Kontrolle eines einzelnen Stückes kostet 0,63 EUR. Fixe Prüfkosten entstehen nicht.
- a) Bestimmen Sie den Verlust bei Annahme ohne Kontrolle als Funktion von p , den Verlust bei Ablehnung ohne Kontrolle als Funktion von p sowie die Trennqualität p_0 .
- b) Bestimmen Sie in Abhängigkeit von p den durchschnittlichen Gesamtverlust bei einer Stichprobenkontrolle mit dem Prüfplan (n,c) sowie den unvermeidbaren Verlust.
- c) Geben Sie die Regretfunktion $R_{n,c}(p)$ an und bestimmen Sie für $n=20$, $c=2$ die Werte von $R_{n,c}(p)$ für $p=0,1$; $p=p_0$ und $p=0,5$. Verwenden Sie dabei die Operationscharakteristik $L_{n,c}(p)$.
- 9) Bestimmen Sie zu den Angaben der Aufgabe 8) die Näherung für einen kostenoptimalen Prüfplan nach van der Waerden.

10) Ein Großhändler erhält laufend Lieferungen von 7000 Stücken eines Artikels. Die Annahme einer solchen Lieferung ohne Kontrolle erbringt einen Gewinn von G EUR, falls sie keinen Ausschuss enthält. Dieser Gewinn wird durch jedes schlechte Stück um 4 EUR verringert. Lehnt man hingegen ohne Kontrolle ab, so entstehen Kosten, die den Gewinn G unabhängig vom Ausschussanteil der Lieferung um 3500 EUR vermindern.

Stützt man sich bei der Entscheidung über Annahme beziehungsweise Ablehnung auf das Ergebnis einer Stichprobe vom Umfang n , so entstehen Prüfkosten in Höhe von $n \cdot 5,32$ EUR. Fixe Prüfkosten fallen also nicht an.

Bestimmen Sie die Näherung nach von Collani für einen kostenoptimalen Prüfplan und berechnen Sie näherungsweise das Maximum des durchschnittlichen vermeidbaren Verlustes bei Anwendung dieses Prüfplanes. Wie groß wäre dieses Maximum, wenn man jede Lieferung ohne Kontrolle annehmen würde?

11) Ein Montagewerk erhält monatlich von einer Vertragsfirma je eine Lieferung vom Umfang $N=1000$ eines bestimmten Einzelteils. Die Verwendung eines guten Stückes bringt einen Gewinn von 10 EUR. Falls jedoch ein schlechtes Stück für die Montage verwendet wird, entstehen Folgekosten in Höhe von 50 EUR. Für vom Montagewerk vor der Verwendung reklamierte und zurückgesandte Stücke besteht folgende Regelung: Für gute Stücke trägt das Montagewerk die Versandkosten in Höhe von 1,20 EUR pro Stück. Für ein schlechtes Stück zahlt die Vertragsfirma die Versandkosten an die Spedition und zusätzlich eine Vertragsstrafe in Höhe von 78,80 EUR an das Montagewerk. Eine Funktionsüberprüfung vor dem Einbau würde das Montagewerk pro Stück 4,06 EUR kosten. Fixe Prüfkosten fallen nicht an.

Bestimmen Sie die Näherung für einen kostenoptimalen Prüfplan

a) nach van der Waerden

b) nach von Collani

für das Montagewerk.

12) Eine Lieferung von 1000 Stücken verursacht bei Ablehnung ohne Kontrolle einen Verlust von 2000 EUR, wenn sie keinen Ausschuss enthält. Der Verlust verringert sich um 1 EUR für jedes schlechte Stück, das sich in der Lieferung befindet. Bei Annahme ohne Kontrolle bringt jedes gute Stück einen Gewinn von 5 EUR, während jedes schlechte Stück einen Verlust von 45 EUR verursacht. Die Kontrolle eines einzelnen Stückes kostet 20,40 EUR. Fixe Prüfkosten entstehen nicht.

Bestimmen Sie die Näherung nach von Collani für einen kostenoptimalen Prüfplan.

Bestimmen Sie Maximum und Minimum des unvermeidbaren Verlustes sowie des durchschnittlichen vermeidbaren Verlustes.

13) Ein Prozess produziert durchschnittlich während 200 Stunden zufriedenstellend, also im Zustand 1, anschließend produziert er mit minderer Qualität, also im Zustand 2. Für jedes im Zustand 1 produzierte Stück wird ein Gewinn von 6 EUR erzielt; im Zustand 2 ermäßigt sich dieser Gewinn um 4 EUR. Pro Stunde werden 100 Stücke produziert. Ein Fehlalarm kostet 400 EUR, eine Reparatur (Erneuerung) des Prozesses verursacht Kosten in Höhe von 4000 EUR.

Bestimmen Sie die optimale reine Inspektionsprozedur sowie den zugehörigen durchschnittlichen Profit pro produziertem Stück auf lange Sicht und vergleichen Sie den erhaltenen Wert mit dem Wert, den man erhalten würde, wenn der Prozess weder inspiziert noch erneuert werden würde.

14) Bei dem Fertigungsprozess aus Aufgabe 13) seien die Voraussetzungen für die Anwendung von \bar{x} -Karten erfüllt. Für den Verschiebungsparameter gelte $\delta=2$. Eine Stichprobenprüfung koste pro Stück 4 EUR.

Bestimmen Sie die näherungsweise optimale zweiseitige \bar{x} -Karte (x^*/λ , n^* , c^*) und vergleichen Sie den zugehörigen durchschnittlichen Profit pro Stück auf lange Sicht mit dem entsprechenden Wert bei der optimalen reinen Inspektionsprozedur und bei der Strategie „keine Inspektionen und keine Erneuerungen“.

15) Von einem Fertigungsprozess mit normalverteiltem Qualitätsmerkmal X , einer mit dem Parameter $\lambda=0,01/\text{Std.}$ exponentialverteilten Lebensdauer des Zustandes zufriedenstellender Produktion und dem Verschiebungsparameter $\delta=1$ sei Folgendes bekannt:

Gewinn pro Stück bei zufriedenstellender Produktion:	5 EUR
Gewinn pro Stück bei schlechter Produktion:	3 EUR
Produktionsgeschwindigkeit:	200 St./Std.
Kosten einer irrtümlichen Inspektion:	100 EUR
Gesamtkosten einer Erneuerung:	5000 EUR
Stichprobenkosten pro Stück:	10 EUR

Bestimmen Sie die näherungsweise optimale zweiseitige \bar{x} -Karte sowie die optimale reine Inspektionsprozedur und die zugehörigen Werte des durchschnittlichen Profits pro Stück auf lange Sicht. Vergleichen Sie diese Werte mit dem entsprechenden Wert für die Strategie „keine Inspektionen und keine Erneuerungen“.