# Formelsammlung

## Momente, Schiefe & Wölbung

| nicht-zentrierte Momente | zentrierte Momente | Schiefe | Wölbung |
|---|---|---|---|
| $\widehat{m}_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^k$ | $\widehat{M}_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (x_i - \widehat{m}_1)^k$ | $\gamma_{1,M} = \frac{\widehat{M}_3}{\left\lvert(\widehat{M}_2)^{\frac{3}{2}}\right\rvert}$ | $\gamma_2 = \frac{\widehat{M}_4}{(\widehat{M}_2)^2}$ |
| $\bar{x} = \widehat{m}_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i$ | $s^2 = \widehat{M}_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$ | | |

Für gruppierte Daten: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^K n_k \cdot \bar{x}_k \qquad s^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^K n_k \cdot s_k^2 + \frac{1}{n}\sum_{k=1}^K n_k(\bar{x}_k - \bar{x})^2$

## Lagemaße

$$\bar{x}^{\text{Med}} = \begin{cases} x_{[\frac{n+1}{2}]} & \text{für } n \text{ ungerade} \\ \frac{1}{2}\left(x_{[\frac{n}{2}]} + x_{[\frac{n}{2}+1]}\right) & \text{für } n \text{ gerade} \end{cases}$$

$$\bar{x}^{\text{Geo}} = \left(\prod_{i=1}^n x_i\right)^{\frac{1}{n}} \qquad \bar{x}^{\text{Har}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} \qquad \text{Für gruppierte Daten: } \bar{x}^{\text{Har}} = \frac{n}{\sum_{k=1}^K \frac{n_k}{x_k}} = \frac{1}{\sum_{k=1}^K \frac{h_k}{x_k}}$$

## Konzentrationsmaße

| Herfindahl-Index | Gini-Koeffizient | normierter Gini-Koeffizient |
|---|---|---|
| $H = \sum_{j=1}^n h_j^2$ | $G = 1 - \sum_{j=1}^n (v_j + v_{j-1})(u_j - u_{j-1})$ | $G^* = \frac{n}{n-1} \cdot G$ |

## Abhängigkeitsmaße

| $\chi^2$-Koeffizient | Kontingenzkoeffizient | normierter Kontingenzkoeffizient |
|---|---|---|
| $\chi^2 = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \frac{(n_{k,l} - \tilde{n}_{k,l})^2}{\tilde{n}_{k,l}}$ | $C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}}$ | $C^* = \frac{C}{\sqrt{\frac{\min\{K,L\}-1}{\min\{K,L\}}}}$ |

| Kovarianz | Korrelationskoeffizienten Bravais-Pearson | Spearman |
|---|---|---|
| $s_{x,y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i y_i\right) - \bar{x}\bar{y}$ | $r_{x,y} = \frac{s_{x,y}}{s_x \cdot s_y}$ | $r_{x,y}^{\text{Sp}} = \frac{s_{\text{rg}(x),\text{rg}(y)}}{s_{\text{rg}(x)} \cdot s_{\text{rg}(y)}}$ |

## Lineare Regression

| $\hat{y} = a + b \cdot x$ | | Bestimmtheitsmaß |
|---|---|---|
| $\hat{b} = \frac{s_{x,y}}{s_x^2}$ | $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \cdot \bar{x}$ | $R^2 = \hat{b}^2 \cdot \frac{s_x^2}{s_y^2} = r_{x,y}^2$ |

## Indizes

| Laspeyres | Paasche | Fisher | Umsatz |
|---|---|---|---|
| $P_{0,t}^{\text{Las}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{t,i} \cdot q_{0,i}}{\sum_{i=1}^n p_{0,i} \cdot q_{0,i}}$ | $P_{0,t}^{\text{Pa}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{t,i} \cdot q_{t,i}}{\sum_{i=1}^n p_{0,i} \cdot q_{t,i}}$ | $P_{0,t}^{\text{Fi}} = \sqrt{P_{0,t}^{\text{Las}} \cdot P_{0,t}^{\text{Pa}}}$ | $U_{0,t} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{t,i} \cdot q_{t,i}}{\sum_{i=1}^n p_{0,i} \cdot q_{0,i}}$ |
| $Q_{0,t}^{\text{Las}} = \frac{\sum_{i=1}^n q_{t,i} \cdot p_{0,i}}{\sum_{i=1}^n q_{0,i} \cdot p_{0,i}}$ | $Q_{0,t}^{\text{Pa}} = \frac{\sum_{i=1}^n q_{t,i} \cdot p_{t,i}}{\sum_{i=1}^n q_{0,i} \cdot p_{t,i}}$ | $Q_{0,t}^{\text{Fi}} = \sqrt{Q_{0,t}^{\text{Las}} \cdot Q_{0,t}^{\text{Pa}}}$ | $= P_{0,t}^{\text{Pa}} \cdot Q_{0,t}^{\text{Las}}$ |

## Wahrscheinlichkeitsrechnung

| | | |
|---|---|---|
| $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ | $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ | $P(A \backslash B) = P(A) - P(A \cap B)$ |
| $P(A\|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ | $P(A) = \sum_{i=1}^n P(A\|B_i) \cdot P(B_i)$ | $P(B_k\|A) = \frac{P(A\|B_k) \cdot P(B_k)}{\sum_{i=1}^n P(A\|B_i) \cdot P(B_i)}$ |

## Verteilungen

| diskret | |
|---|---|
| nicht-zentrierte Momente | zentrierte Momente |
| $E(X^k) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^k \cdot P(X = x_i)$ | $E((X - E(X))^k) = \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - E(X))^k \cdot P(X = x_i)$ |
| $E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i \cdot P(X = x_i)$ | $Var(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 \cdot P(X = x_i) - E^2(X)$ |

| stetig | |
|---|---|
| nicht-zentrierte Momente | zentrierte Momente |
| $E(X^k) = \int_{-\infty}^{\infty} x^k \cdot f_X(x)\,\mathrm{d}x$ | $E((X - E(X))^k) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X))^k \cdot f_X(x)\,\mathrm{d}x$ |
| $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x)\,\mathrm{d}x$ | $Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f_X(x)\,\mathrm{d}x - E^2(X)$ |

## Diskrete Verteilungen

- Binomialverteilung

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \qquad E(X) = n \cdot p \qquad Var(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$$

- Hypergeometrische Verteilung

$$P(X = x) = \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}} \qquad E(X) = n \cdot \frac{M}{N} \qquad Var(X) = n \cdot \frac{M}{N} \cdot \left(1 - \frac{M}{N}\right) \cdot \frac{N-n}{N-1}$$

- Geometrische Verteilung

$$P(X = x) = p \cdot (1-p)^{x-1} \qquad E(X) = \frac{1}{p} \qquad Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$$

- Poisson-Verteilung

$$P(X = x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} \qquad E(X) = \lambda \qquad Var(X) = \lambda$$

## Stetige Verteilungen

| | Parameter | Erwartungswert | Varianz | |
|---|---|---|---|---|
| Stetige Gleichvert. | $a$ und $b$ | $\frac{a+b}{2}$ | $\frac{1}{12}(b-a)^2$ | $F_X(x) = \frac{x-a}{b-a}$ für $a \leq x \leq b$ |
| Exponentialvert. | $\lambda$ | $\frac{1}{\lambda}$ | $\frac{1}{\lambda^2}$ | $F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ für $x \geq 0$ |
| Normalverteilung | $\mu$ und $\sigma^2$ | $\mu$ | $\sigma^2$ | |
| $\chi^2$-Verteilung | $n$ | $n$ | $2n$ | |
| $t$-Verteilung | $n$ | $0$ | $\frac{n}{n-2}$ | mit $n > 2$ |
| $F$-Verteilung | $m$ und $n$ | $\frac{n}{n-2}$ | $\frac{2n^2(m+n-2)}{m(n-2)^2(n-4)}$ | mit $n > 2$ bzw. $n > 4$ |

## Standardisierung der Normalverteilung

Mit $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ und $Z \sim \mathcal{N}(0,1)$ gilt: $F_X(x) = F_Z\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$