

Formelsammlung

Momente, Schiefe & Wölbung

nicht-zentrierte Momente	zentrierte Momente	Schiefe	Wölbung
$\hat{m}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k$	$\widehat{M}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{m}_1)^k$	$\gamma_{1,M} = \frac{\widehat{M}_3}{(\widehat{M}_2)^{\frac{3}{2}}}$	$\gamma_2 = \frac{\widehat{M}_4}{(\widehat{M}_2)^2}$
$\bar{x} = \hat{m}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$	$s^2 = \widehat{M}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$		

Für gruppierte Daten: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^K n_k \bar{x}_k$ $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^K n_k s_k^2 + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^K n_k (\bar{x}_k - \bar{x})^2$

Quantilkoeffizient der Schiefe: $\gamma_{1,Q}(p) = \frac{(z_{1-p} - \bar{x}^{\text{Med}}) - (\bar{x}^{\text{Med}} - z_p)}{z_{1-p} - z_p}$

Regeln für lineare Transformationen $y_i = a + bx_i$

$$\bar{y} = a + b\bar{x} \qquad s_y^2 = b^2 s_x^2$$

Lagemaße

$$\bar{x}^{\text{Med}} = \begin{cases} x_{[\frac{n+1}{2}]} & \text{für } n \text{ ungerade} \\ \frac{1}{2} (x_{[\frac{n}{2}]} + x_{[\frac{n}{2}+1]}) & \text{für } n \text{ gerade} \end{cases} \qquad \bar{x}^{\text{Geo}} = \left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{\frac{1}{n}}$$

Konzentrationsmaße

HERFINDAHL-Index	GINI-Koeffizient	normierter GINI-Koeffizient
$H = \sum_{j=1}^n h_j^2$	$G = 1 - \sum_{j=1}^n (v_j + v_{j-1})(u_j - u_{j-1})$	$G^* = \frac{n}{n-1} \cdot G$

Abhängigkeitsmaße

χ^2 -Koeffizient	Kontingenzkoeffizient	normierter Kontingenzkoeffizient
$\chi^2 = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \frac{(n_{k,l} - \tilde{n}_{k,l})^2}{\tilde{n}_{k,l}}$	$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}}$	$C^* = \frac{C}{\sqrt{\frac{\min\{K,L\}-1}{\min\{K,L\}}}}$

Kovarianz	Korrelationskoeffizient nach BRAVAIS-PEARSON	Korrelationskoeffizient nach SPEARMAN
$s_{x,y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$r_{x,y} = \frac{s_{x,y}}{s_x \cdot s_y}$	$r_{x,y}^{\text{Sp}} = \frac{s_{\text{rg}(x), \text{rg}(y)}}{s_{\text{rg}(x)} \cdot s_{\text{rg}(y)}}$
$s_{x,y} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) - \bar{x} \bar{y}$		$r_{x,y}^{\text{Sp}} = 1 - \frac{6}{n(n^2-1)} \sum_{i=1}^n (\text{rg}(x_i) - \text{rg}(y_i))^2$

Lineare Regression

$$\hat{y} = a + b \cdot x \qquad \hat{b} = \frac{s_{x,y}}{s_x^2} \qquad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \cdot \bar{x} \qquad R^2 = \hat{b}^2 \cdot \frac{s_x^2}{s_y^2} = r_{x,y}^2$$

Indizes

LASPEYRES	PAASCHE	FISHER	Umsatz
$P_{0,t}^{\text{Las}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{t,i} \cdot q_{0,i}}{\sum_{i=1}^n p_{0,i} \cdot q_{0,i}}$	$P_{0,t}^{\text{Pa}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{t,i} \cdot q_{t,i}}{\sum_{i=1}^n p_{0,i} \cdot q_{t,i}}$	$P_{0,t}^{\text{Fi}} = \sqrt{P_{0,t}^{\text{Las}} \cdot P_{0,t}^{\text{Pa}}}$	$U_{0,t} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{t,i} \cdot q_{t,i}}{\sum_{i=1}^n p_{0,i} \cdot q_{0,i}}$
$Q_{0,t}^{\text{Las}} = \frac{\sum_{i=1}^n q_{t,i} \cdot p_{0,i}}{\sum_{i=1}^n q_{0,i} \cdot p_{0,i}}$	$Q_{0,t}^{\text{Pa}} = \frac{\sum_{i=1}^n q_{t,i} \cdot p_{t,i}}{\sum_{i=1}^n q_{0,i} \cdot p_{t,i}}$	$Q_{0,t}^{\text{Fi}} = \sqrt{Q_{0,t}^{\text{Las}} \cdot Q_{0,t}^{\text{Pa}}}$	$= P_{0,t}^{\text{Pa}} \cdot Q_{0,t}^{\text{Las}}$

Deskriptive Zeitreihenanalyse

Gleitende Durchschnitte: $g_t = \frac{1}{2k+1} \sum_{i=-k}^k y_{t+i}$	Exponentielles Glätten: $g_t = \alpha g_{t-1} + (1 - \alpha) y_t$
---	---

Wahrscheinlichkeitsrechnung

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	$P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$
$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$	$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A B_i) \cdot P(B_i)$	$P(B_k A) = \frac{P(A B_k) \cdot P(B_k)}{\sum_{i=1}^n P(A B_i) \cdot P(B_i)}$

Verteilungen

diskret	
nicht-zentrierte Momente	zentrierte Momente
$E(X^k) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^k \cdot P(X = x_i)$	$E((X - E(X))^k) = \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - E(X))^k \cdot P(X = x_i)$
$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i \cdot P(X = x_i)$	$Var(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 \cdot P(X = x_i) - E^2(X)$
stetig	
nicht-zentrierte Momente	zentrierte Momente
$E(X^k) = \int_{-\infty}^{\infty} x^k \cdot f_X(x) dx$	$E((X - E(X))^k) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X))^k \cdot f_X(x) dx$
$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x) dx$	$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f_X(x) dx - E^2(X)$

Kombinatorik

	ohne Zurücklegen	mit Zurücklegen
mit Berücksichtigung der Reihenfolge	$\frac{N!}{(N-n)!}$	N^n
ohne Berücksichtigung der Reihenfolge	$\binom{N}{n}$	$\binom{N+n-1}{n}$

Diskrete Verteilungen

Verteilung	$E(X)$	$Var(X)$	Wahrscheinlichkeitsfunktion
Diskrete Gleichverteilung	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - E^2(X)$	$P(X = x) = \frac{1}{n}$
Binomialverteilung	$n \cdot p$	$n \cdot p \cdot (1 - p)$	$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$
Hypergeometrische Verteilung	$n \cdot \frac{M}{N}$	$n \cdot \frac{M}{N} \cdot (1 - \frac{M}{N}) \cdot \frac{N-n}{N-1}$	$P(X = x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$
Geometrische Verteilung	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$	$P(X = x) = p \cdot (1 - p)^{x-1}$
POISSON-Verteilung	λ	λ	$P(X = x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$

Stetige Verteilungen

Verteilung	Parameter	$E(X)$	$Var(X)$	Verteilungsfunktion
Stetige Gleichverteilung	a und b	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{1}{12} (b - a)^2$	$F_X(x) = \frac{x-a}{b-a}$ für $a \leq x \leq b$
Exponentialverteilung	λ	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ für $x \geq 0$
Normalverteilung	μ und σ^2	μ	σ^2	nicht geschlossen darstellbar

Ergänzungen zur Normalverteilung

Mit $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ und $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$ gilt $F_X(x) = F_Z\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$ und $x_p = \mu + z_p \cdot \sigma$ für $0 < p < 1$