

Statistik für Betriebswirte 1
Probeklausur
Universität Hamburg
Wintersemester 2017/2018

22. November 2017

Aufgabe 1: Beschreibung univariater Daten (30 Punkte)

Ein Autohändler verkauft Autos in fünf verschiedenen Fahrzeugkategorien. Die Anzahl und Preise in 1000 EURO (X) der im letzten Monat verkauften Fahrzeuge sind in nachfolgender Tabelle aufgeführt. x_{k-1}^* und x_k^* bezeichnen dabei die oberen und unteren Grenzen einer Klasse k .

k	x_{k-1}^*	x_k^*	n_k	$\bar{x}_k$
1	4	12	15	10,5
2	12	14	15	12,5
3	14	16	10	15
4	16	18	5	16,5
5	18	26	15	23,5

- Berechnen Sie das arithmetische Mittel der Verkaufspreise über alle 60 Fahrzeuge hinweg. Verwenden Sie dazu die Angaben aus obiger Tabelle. (3 Punkte)
- Stellen Sie die Verteilung der Verkaufspreise über alle 60 verkauften Autos mithilfe eines Histogramms dar. Welche Klassen bilden die Modalklassen? Argumentieren Sie auf Grundlage des Histogramms. (8 Punkte)
- Gehen Sie nun davon aus, Ihnen würden die Informationen aus der letzten Spalte der obigen Tabelle nicht zur Verfügung stehen. Berechnen Sie auf dieser Grundlage erneut das arithmetische Mittel der Verkaufspreise über alle 60 Automobile hinweg. Erläutern Sie, weshalb Ihr Ergebnis von dem in Aufgabenteil a) abweicht. (4 Punkte).
- Welche Klasse trägt am stärksten dazu bei, dass die Ergebnisse in Aufgabenteil a) und c) voneinander abweichen? (2 Punkte).
- Der Autoverkäufer möchte ermitteln, wie hoch die Konzentration seiner Umsätze auf die 5 Fahrzeugkategorien ist. Berechnen Sie den Herfindahl-Index. Kann man von einer hohen Konzentration sprechen? (11 Punkte).
- Welcher Anteil des Gesamtumsatzes geht auf die umsatzstärkste Modellklasse zurück? (2 Punkte)

Aufgabe 2: Das lineare Regressionsmodell (30 Punkte)

Bei einer Telefonumfrage werden $n = 50$ Personen nach ihrem Einkommen und ihrem Alter (X) gefragt. Das Einkommen wird hierbei logarithmiert angegeben, d.h. $Y = \ln(\text{Einkommen})$. Es werden folgende Daten zusammengetragen.

$$\sum_{i=1}^{50} x_i = 2259 \quad \sum_{i=1}^{50} x_i^2 = 102908 \quad \sum_{i=1}^{50} x_i \cdot y_i = 23773$$

$$\sum_{i=1}^{50} y_i = 529 \quad \sum_{i=1}^{50} y_i^2 = 5658$$

- Berechnen Sie für beide Merkmale das arithmetische Mittel, die empirische Varianz und die empirische Standardabweichung. (4 Punkte)
- Berechnen Sie den empirischen Korrelationskoeffizienten nach BRAVAIS-PEARSON. Interpretieren Sie das Ergebnis. (3 Punkte)
- Stellen Sie eine sinnvolle Regressionsbeziehung zwischen den beiden Merkmalen auf. Bestimmen Sie die Regressionskoeffizienten unter Verwendung der KQ-Methode und interpretieren Sie Ihre Ergebnisse. (6 Punkte)
- Berechnen Sie den Anteil der erklärten Streuung an der Gesamtstreuung. Wie beurteilen Sie die Aussagekraft des Regressionsmodells? (3 Punkte)
- Ursprünglich haben die befragten Personen Ihr Einkommen in € angegeben. Bei der Auswertung der Daten soll das Einkommen allerdings in U.S. Dollar umgerechnet werden. Der aktuelle Wechselkurs liegt bei 1,1 \$/€. Wie wirkt sich die Umrechnung auf die Regressionskoeffizienten und das Bestimmtheitsmaß aus? (8 Punkte)
- Interpretieren Sie den Bruch $\frac{SSR}{SST}$. Welchen Wert würde dieser Bruch im Falle einer horizontalen Regressionsgeraden annehmen? (6 Punkte)

Aufgabe 3: Wahrscheinlichkeitstheorie (10 Punkte)

An einer Kinokasse werden Geldscheine auf Ihre Echtheit geprüft. Die Kinomitarbeiter verwenden dazu ein Gerät, das blinkt, wenn ein Schein als Fälschung eingestuft wird. Man weiß, dass insgesamt 0,2 Prozent der Geldscheine Fälschungen sind. Der Gerätehersteller garantiert, dass das Gerät in 95 Prozent der Fälle aufblinkt, wenn der Schein tatsächlich gefälscht ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Gerät blinkt, wenn der Schein in Wirklichkeit echt ist, liegt bei 0,1.

- a) Ein Kunde bezahlt mit einem 50 €-Schein. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Schein echt ist. (2 Punkte)
- b) Bei der Kontrolle eines 50 €-Scheins blinkt das Gerät. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Schein tatsächlich eine Fälschung ist. (8 Punkte)

Aufgabe 4: Diskrete Zufallsvariablen (10 Punkte)

Eine Zufallsvariable kann nur die ganzzahligen Werte zwischen -4 und $+3$ annehmen. Die Verteilungsfunktion $F(x)$ an diesen Werten lautet:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$F(x)$	0.03	0.14	0.30	0.41	0.60	0.82	0.95	1

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten von $P(-1 < X \leq 3)$, $P(-1 \leq X \leq 3)$, $P(-1 < X < 2)$ und $P(-1 \leq X < 2)$. (4 Punkte)
- b) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von $Y = |X|$. (6 Punkte)

Aufgabe 5: Spezielle Verteilungen (10 Punkte)

Der Eiffelturm in Paris wird mit 20000 LED-Lampen beleuchtet. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine beliebige Lampe an einem Tag ausfällt, beträgt 0,0005. Die Zufallsvariable X bezeichne die Anzahl der ausfallenden Lampen pro Tag.

- a) Geben Sie ein geeignetes exaktes Verteilungsmodell für die Zufallsvariable X an. Sind die Voraussetzungen für eine Approximation durch eine Poisson-Verteilung erfüllt? Begründen Sie Ihre Antwort. (3 Punkte)
- b) Berechnen Sie approximativ die Wahrscheinlichkeit, dass 5 Störungen pro Tag auftreten. (5 Punkte)
- c) Wie groß ist approximativ die Wahrscheinlichkeit, dass an einem Tag mindestens eine Störung auftritt? (2 Punkte)