Formelsammlung

Momente, Schiefe & Wölbung

nicht-zentrierte Momente	zentrierte Momente	Schiefe	Wölbung
$\widehat{m}_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^k$	$\widehat{M}_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (x_i - \widehat{m}_1)^k$	$\gamma_{1,M} = \frac{\widehat{M}_3}{\left\lvert(\widehat{M}_2)^{\frac{3}{2}}\right\rvert}$	$\gamma_2 = \frac{\widehat{M}_4}{(\widehat{M}_2)^2}$
$\bar{x} = \widehat{m}_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i$	$s^2 = \widehat{M}_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$		

Für gruppierte Daten: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^K n_k \bar{x}_k \qquad s^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^K n_k s_k^2 + \frac{1}{n}\sum_{k=1}^K n_k(\bar{x}_k - \bar{x})^2$

Quantilskoeffizient der Schiefe: $\gamma_{1,Q}(p) = \frac{(z_{1-p} - \bar{x}^{\mathrm{Med}}) - (\bar{x}^{\mathrm{Med}} - z_p)}{z_{1-p} - z_p}$

Regeln für lineare Transformationen $y_i = a + bx_i$

$$\bar{y} = a + b\bar{x} \qquad s_y^2 = b^2 s_x^2$$

Lagemaße

$$\bar{x}^{\mathrm{Med}} = \begin{cases} x_{\left[\frac{n+1}{2}\right]} & \text{für } n \text{ ungerade} \\ \frac{1}{2}\left(x_{\left[\frac{n}{2}\right]} + x_{\left[\frac{n}{2}+1\right]}\right) & \text{für } n \text{ gerade} \end{cases} \qquad \bar{x}^{\mathrm{Geo}} = \left(\prod_{i=1}^n x_i\right)^{\frac{1}{n}}$$

Konzentrationsmaße

HERFINDAHL-Index	GINI-Koeffizient	normierter GINI-Koeffizient
$H = \sum_{j=1}^n h_j^2$	$G = 1 - \sum_{j=1}^n (v_j + v_{j-1})(u_j - u_{j-1})$	$G^* = \frac{n}{n-1}\cdot G$

Abhängigkeitsmaße

χ^2-Koeffizient	Kontingenzkoeffizient	normierter Kontingenzkoeffizient
$\chi^2 = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \frac{(n_{k,l} - \tilde{n}_{k,l})^2}{\tilde{n}_{k,l}}$	$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}}$	$C^* = \frac{C}{\sqrt{\frac{\min\{K,L\}-1}{\min\{K,L\}}}}$

Kovarianz	Korrelationskoeffizient nach BRAVAIS-PEARSON	Korrelationskoeffizient nach SPEARMAN
$s_{x,y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$r_{x,y} = \frac{s_{x,y}}{s_x \cdot s_y}$	$r_{x,y}^{\mathrm{Sp}} = \frac{s_{\mathrm{rg}(x),\mathrm{rg}(y)}}{s_{\mathrm{rg}(x)} \cdot s_{\mathrm{rg}(y)}}$
$s_{x,y} = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i y_i\right) - \bar{x}\bar{y}$		$r_{x,y}^{\mathrm{Sp}} = 1 - \frac{6}{n(n^2-1)}\sum_{i=1}^n (\mathrm{rg}(x_i) - \mathrm{rg}(y_i))^2$

Lineare Regression

$\hat{y} = a + b \cdot x$	$\hat{b} = \frac{s_{x,y}}{s_x^2}$	$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \cdot \bar{x}$	$R^2 = \hat{b}^2 \cdot \frac{s_x^2}{s_y^2} = r_{x,y}^2$

Indizes

LASPEYRES	PAASCHE	FISHER	Umsatz
$P_{0,t}^{\mathrm{Las}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{t,i} \cdot q_{0,i}}{\sum_{i=1}^n p_{0,i} \cdot q_{0,i}}$	$P_{0,t}^{\mathrm{Pa}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{t,i} \cdot q_{t,i}}{\sum_{i=1}^n p_{0,i} \cdot q_{t,i}}$	$P_{0,t}^{\mathrm{Fi}} = \sqrt{P_{0,t}^{\mathrm{Las}} \cdot P_{0,t}^{\mathrm{Pa}}}$	$U_{0,t} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{t,i} \cdot q_{t,i}}{\sum_{i=1}^n p_{0,i} \cdot q_{0,i}}$
$Q_{0,t}^{\mathrm{Las}} = \frac{\sum_{i=1}^n q_{t,i} \cdot p_{0,i}}{\sum_{i=1}^n q_{0,i} \cdot p_{0,i}}$	$Q_{0,t}^{\mathrm{Pa}} = \frac{\sum_{i=1}^n q_{t,i} \cdot p_{t,i}}{\sum_{i=1}^n q_{0,i} \cdot p_{t,i}}$	$Q_{0,t}^{\mathrm{Fi}} = \sqrt{Q_{0,t}^{\mathrm{Las}} \cdot Q_{0,t}^{\mathrm{Pa}}}$	$= P_{0,t}^{\mathrm{Pa}} \cdot Q_{0,t}^{\mathrm{Las}}$

Deskriptive Zeitreihenanalyse

Gleitende Durchschnitte: $g_t = \frac{1}{2k+1}\sum_{i=-k}^k y_{t+i}$	Exponentielles Glätten: $g_t = \alpha g_{t-1} + (1-\alpha) y_t$

Wahrscheinlichkeitsrechnung

$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	$P(A \backslash B) = P(A) - P(A \cap B)$
$P(A\|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$	$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A\|B_i) \cdot P(B_i)$	$P(B_k\|A) = \frac{P(A\|B_k) \cdot P(B_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(A\|B_i) \cdot P(B_i)}$

Verteilungen

diskret	
nicht-zentrierte Momente	zentrierte Momente
$E(X^k) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^k \cdot P(X = x_i)$	$E((X - E(X))^k) = \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - E(X))^k \cdot P(X = x_i)$
$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i \cdot P(X = x_i)$	$Var(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 \cdot P(X = x_i) - E^2(X)$

stetig	
nicht-zentrierte Momente	zentrierte Momente
$E(X^k) = \int_{-\infty}^{\infty} x^k \cdot f_X(x) \, \mathrm{d}x$	$E((X - E(X))^k) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X))^k \cdot f_X(x) \, \mathrm{d}x$
$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x) \, \mathrm{d}x$	$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f_X(x) \, \mathrm{d}x - E^2(X)$

Kombinatorik

	ohne Zurücklegen	mit Zurücklegen
mit Berücksichtigung der Reihenfolge	$\frac{N!}{(N-n)!}$	N^n
ohne Berücksichtigung der Reihenfolge	$\binom{N}{n}$	$\binom{N+n-1}{n}$

Diskrete Verteilungen

Verteilung	$E(X)$	$Var(X)$	Wahrscheinlichkeitsfunktion
Diskrete Gleichverteilung	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - E^2(X)$	$P(X = x) = \frac{1}{n}$
Binomialverteilung	$n \cdot p$	$n \cdot p \cdot (1 - p)$	$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$
Hypergeometrische Verteilung	$n \cdot \frac{M}{N}$	$n \cdot \frac{M}{N} \cdot \left(1 - \frac{M}{N}\right) \cdot \frac{N-n}{N-1}$	$P(X = x) = \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$
Geometrische Verteilung	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$	$P(X = x) = p \cdot (1-p)^{x-1}$
POISSON-Verteilung	λ	λ	$P(X = x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$

Stetige Verteilungen

Verteilung	Parameter	$E(X)$	$Var(X)$	Verteilungsfunktion
Stetige Gleichverteilung	a und b	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{1}{12}(b-a)^2$	$F_X(x) = \frac{x-a}{b-a}$ für $a \leq x \leq b$
Exponentialverteilung	λ	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ für $x \geq 0$
Normalverteilung	μ und σ^2	μ	σ^2	nicht geschlossen darstellbar

Ergänzungen zur Normalverteilung

Mit $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ und $Z \sim \mathcal{N}(0,1)$ gilt $F_X(x) = F_Z\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$ und $x_p = \mu + z_p \cdot \sigma$ für $0 < p < 1$