

1. Klausur zum Brückenkurs zur Mathematik und Statistik

Vorname		Name	
Matrikelnr.		Studiengang	
Datum	05.02.2024	Prüfer	Dr. Arne Johannssen

Aufgabe	a)	b)	c)	d)	e)
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					

Punkte	
--------	--

Hinweise

Hilfsmittel:

Stifte, Geodreieck, nicht-programmierbarer Taschenrechner

Bewertung:

- Gewertet wird ausschließlich der ausgefüllte Lösungsbogen auf dieser Seite. Notizen und Anmerkungen auf den Aufgabenblättern bleiben unberücksichtigt.
- Zu jeder Aufgabe ist eine der fünf Antwortmöglichkeiten zutreffend und mit einem nicht-löschbaren Stift anzukreuzen. Es gibt keine Mehrfachlösungen.
- Jedes richtig gesetzte Kreuz gibt einen Punkt. Es gibt keinen Punktabzug (Maluspunkt) für ein falsch gesetztes Kreuz.
- Um ein gesetztes Kreuz zu streichen, schwärzen Sie das gekreuzte Kästchen bitte **komplett**.
- Für den Fall, dass Sie eine geschwärzte Antwort wieder ankreuzen möchten, schreiben Sie den Buchstaben der richtigen Lösung bitte **rechts neben** die entsprechende Zeile.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1: Mengenlehre

Gegeben seien folgende Mengen:

$$A = \{0, 1, 2, 3\} \quad B = \{4, 5, 6\} \quad C = \{5, 6, 7\} \quad \Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Kreuzen Sie an, welche der folgenden Aussagen zutrifft.

- a) Es gilt: $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- b) Es gilt: $B \cap C = \{6\}$
- c) Es gilt: $\Omega = A \cup B \cup C$
- d) Es gilt: $\overline{A} = B$
- e) Es gilt: $A \cap B = \emptyset$

Aufgabe 2: Polynomdivision

Führen Sie die Polynomdivision

$$(x^3 - 6x^2 - x + 6) : (x - 1)$$

durch und kreuzen Sie das richtige Ergebnis an.

- a) Es gilt: $x^3 - 4x + 1$
- b) Es gilt: $x^2 - 5x - 6$
- c) Es gilt: $-x^2 + 2x - 3$
- d) Es gilt: $x^2 + 6x + 6$
- e) Es gilt: $x^2 - 11$

Aufgabe 3: Potenz- und Wurzelrechnung

Vereinfachen Sie den Ausdruck

$$\frac{\sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt[6]{x^8}}{x^{\frac{8}{3}}}$$

soweit wie möglich und kreuzen Sie das richtige Ergebnis an.

- a) Es gilt: 0
- b) Es gilt: 1
- c) Es gilt: $x^{\frac{5}{8}}$
- d) Es gilt: $\sqrt[4]{x^3}$
- e) Es gilt: $\sqrt[3]{x^8}$

Aufgabe 4: Spezielle Gleichungen

Lösen Sie die Wurzelgleichung

$$\sqrt{12 - 3x} - 3 = 0$$

und kreuzen Sie das richtige Ergebnis an.

- a) Es gilt: $x = 3$
- b) Es gilt: $x = 2$
- c) Es gilt: $x = 1$
- d) Es gilt: $x = 0$
- e) Es gilt: $x = -1$

Aufgabe 5: Lineare Gleichungssysteme

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem (LGS)

$$7x - y = -8$$

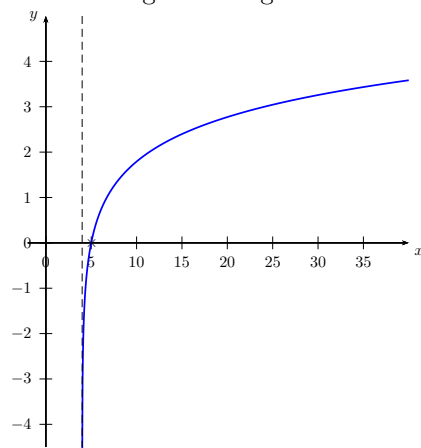
$$2x + y = -1$$

und kreuzen Sie das richtige Ergebnis an.

- a) Das LGS ist unlösbar.
- b) Das LGS besitzt unendlich viele Lösungen.
- c) Es gilt: $x = 1$ und $y = -1$
- d) Es gilt: $x = -1$ und $y = 1$
- e) Es gilt: $x = 1$ und $y = 1$

Aufgabe 6: Elementare Funktionslehre

Welche Funktionsvorschrift liegt dem abgebildeten Graphen zugrunde?



Kreuzen Sie die richtige Antwortmöglichkeit an.

- a) $f_1(x) = -e^{4x}$
- b) $f_2(x) = \frac{1}{2}x^3 - 2x^2 - x + 5$
- c) $f_3(x) = \frac{1}{x+5}$
- d) $f_4(x) = \ln(x - 4)$
- e) $f_5(x) = \sqrt{x - 5}$

Aufgabe 7: Eigenschaften von Funktionen

Welche der folgenden Aussagen bzgl. der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ ist wahr? Die Funktion $f \dots$

- a) $\dots$ ist eine ganzrationale Funktion.
- b) $\dots$ ist eine punktsymmetrische Funktion.
- c) $\dots$ ist über der Menge der reellen Zahlen definiert.
- d) $\dots$ ändert ihr Krümmungsverhalten nicht.
- e) $\dots$ besitzt ein Supremum.

Aufgabe 8: Grenzwerte

Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x) + e^x + 10}{\ln(x) + e^x}$$

und kreuzen Sie die richtige Antwortmöglichkeit an.

- a) 0
- b) 1
- c) 10
- d) $\frac{\infty}{\infty}$
- e) Es existiert kein reeller Grenzwert.

Aufgabe 9: Stetigkeitsverhalten

Welche der folgenden Aussagen bzgl. der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{x-6}$$

ist falsch? Die Funktion $f \dots$

- a) $\dots$ besitzt in $x = 6$ eine einpunktige Definitionslücke.
- b) $\dots$ ist eine unecht gebrochen-rationale Funktion.
- c) $\dots$ ist stetig.
- d) $\dots$ besitzt in $x = 6$ eine Polstelle.
- e) $\dots$ ist eine Hyperbel.

Aufgabe 10: Differentialrechnung in $\mathbb{R}$

Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktion

$$f(x) = e^{5x^2-3} \cdot \ln(5x^2-3)$$

und vereinfachen Sie sie soweit wie möglich. Kreuzen Sie die richtige Antwortmöglichkeit an.

- a) $f'(x) = 100x^2 e^{5x^2-3} \cdot (5x^2-3)^{-1}$
- b) $f'(x) = 10x e^{5x^2-3} \cdot (\ln(5x^2-3) + (5x^2-3)^{-1})$
- c) $f'(x) = e^{5x^2-3} \cdot (5x^2-3)^{-1}$
- d) $f'(x) = 100x^2 e^{5x^2-3} \cdot (\ln(5x^2-3) + (5x^2-3)^{-1})$
- e) $f'(x) = 10x \ln(5x^2-3) \cdot (5x^2-3)^{-1}$

Aufgabe 11: Kurvendiskussion (1)

Gegeben sei die folgende Funktion:

$$f(x) = x^2 e^x \quad (1)$$

Welche der folgenden Aussagen bzgl. der Funktion (1) ist richtig? (Ergebnisse gerundet auf 3 Nachkommastellen)

- a) Die Funktion f besitzt einen Hochpunkt in $(-2; -0,541)$.
- b) Die Funktion f besitzt einen Tiefpunkt in $(0; -0,872)$.
- c) Die Funktion f besitzt einen Hochpunkt in $(0; 0)$ und einen Tiefpunkt in $(-2; -0,541)$.
- d) Die Funktion f besitzt einen Hochpunkt in $(-2; 0,541)$ und einen Tiefpunkt in $(0; 0)$.
- e) Die Funktion f besitzt keine Extrema.

Aufgabe 12: Kurvendiskussion (2)

Welche der folgenden Aussagen bzgl. der Funktion (1) aus Aufgabe 11 ist richtig? (Ergebnisse gerundet auf 3 Nachkommastellen)

- a) Die Funktion f besitzt einen Konvex-Konkav-Wendepunkt in $(-0,586; -0,191)$.
- b) Die Funktion f besitzt einen Konkav-Konvex-Wendepunkt in $(-3,414; 0,384)$.
- c) Die Funktion f besitzt einen Konvex-Konkav-Wendepunkt in $(-3,414; -0,191)$ und einen Konkav-Konvex-Wendepunkt in $(-0,586; -0,384)$.
- d) Die Funktion f besitzt einen Konkav-Konvex-Wendepunkt in $(-0,586; 0,191)$ und einen Konvex-Konkav-Wendepunkt in $(-3,414; 0,384)$.
- e) Die Funktion f besitzt keine Wendepunkte.

Aufgabe 13: Kurvendiskussion (3)

Welche der folgenden Aussagen bzgl. der Funktion (1) aus Aufgabe 11 ist richtig?

- a) Es gilt $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \rightarrow \infty$.
- b) Es gilt $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \rightarrow -\infty$.
- c) Es gilt $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$.
- d) Es gilt $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$.
- e) Es gilt $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = e$.

Aufgabe 14: Wirtschaftswissenschaftliche Anwendungen

Gegeben sei die folgende Umsatzfunktion:

$$U(x) = -0,2x^2 + 25x$$

Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- a) Die Grenzümsatzfunktion ist gegeben über $U''(x) = -0,4$.
- b) Für die Gewinnfunktion folgt direkt $G(x) = -0,2x^2 + 25x - 10$.
- c) Fallen nur fixe Kosten an, gilt $G'(x) = U'(x)$.
- d) Die Grenzgewinnfunktion misst den Umsatz der nächsten abgesetzten Einheit.
- e) Das ökonomische Prinzip äußert sich ausschließlich im Maximalprinzip.

Aufgabe 15: Wirtschaftswissenschaftliche Anwendungen

Gegeben sei die folgende Kostenfunktion:

$$K(x) = 2x^3 - 32x^2 + 5x$$

Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- a) Es fallen fixe Kosten in Höhe von $5x$ an.
- b) Die Stückkosten belaufen sich auf $k(x) = 6x^2 - 64x + 5$.
- c) Die Stückkostenfunktion $k(x)$ besitzt ein lokales Minimum in $x = 8$.
- d) Die Stückkostenfunktion $k(x)$ besitzt ein globales Minimum in $x = 6$.
- e) Die Grenzkosten sind gegeben über $K'(x) = 6x^2 - 32x + 5$.

Aufgabe 16: Grundbegriffe der Statistik

Gegeben sei das Merkmal "Temperatur in Grad Celcius". Welche der folgenden Aussagen bezüglich dieses Merkmals ist richtig?

- a) Es ist nominalskaliert.
- b) Es ist ordinalskaliert.
- c) Es ist intervallskaliert.
- d) Es ist verhältnisskaliert.
- e) Es folgt keiner dieser Skalen.

Aufgabe 17: Häufigkeitstabellen

In einem Unternehmen wurde an 100 Arbeitstagen die jeweilige Anzahl defekt produzierter Stücke gezählt. Dabei ergab sich die untenstehende Tabelle mit x_k als Anzahl defekter Stücke pro Tag, n_k als Anzahl Tage, h_k als relativer Häufigkeit und $\hat{F}(x_k)$ als empirischer Verteilungsfunktionswert ($k = 1, \dots, 7$).

k	x_k	n_k	h_k	$\hat{F}(x_k)$
1	0	32		
2	1	25		
3	2	17		
4	3	11		
5	4	7		
6	5	6		
7	6	2		

Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- a) Der Stichprobenumfang beträgt $n = 7$.
- b) Es gibt acht unterschiedliche Merkmalsausprägungen.
- c) Es gilt $h_4 = 0,07$.
- d) Es gilt $\hat{F}(4) = 0,92$.
- e) Die Summe über alle n_k , $k = 1, \dots, 7$, muss gleich 1 sein.

Aufgabe 18: Lage- und Streuemaße

Gegeben seien die folgenden Beobachtungen des Merkmals „Abschlüsse eines Vertreters pro Tag“ über zwei Arbeitswochen hinweg:

13 15 4 7 16 20 13 8 11 10

Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- a) Der Modus ist nicht eindeutig.
- b) Das arithmetische Mittel ergibt sich zu $\bar{x} = 11,7$.
- c) Die empirische Varianz beträgt $s^2 = 14,3$.
- d) Der Median beträgt $\bar{x}^{\text{Med}} = 9$.
- e) Der kleinste Wert liegt bei 7.

Aufgabe 19: Vergleich von Lagemaßen

Folgende Werte für das arithmetische Mittel ($\bar{x}$), den Median ($\bar{x}^{\text{Med}}$) und den Modus ($\bar{x}^{\text{Mod}}$) seien für einen gegebenen Datensatz wie folgt berechnet worden:

$$\bar{x} = 20 \quad \bar{x}^{\text{Med}} = 18 \quad \bar{x}^{\text{Mod}} = 17$$

Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- a) Die empirische Verteilung ist linksschief.
- b) Die empirische Verteilung ist symmetrisch.
- c) Die empirische Verteilung ist linkssteil.
- d) Die empirische Verteilung ist rechtssteil.
- e) Es kann keine Aussage über die Symmetrie der empirischen Verteilung getroffen werden.

Aufgabe 20: Zusammenhangsmaße

Gegeben seien die folgenden Realisierungen zweier verhältnisskalierter Merkmale X und Y :

i	1	2	3	4	5
x_i	24	27	31	35	40
y_i	7	9	13	15	23

Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- a) Ein Streudiagramm würde auf einen negativen Zusammenhang beider Merkmale hindeuten.
- b) Der Stichprobenumfang beträgt $n = 10$.
- c) Die Kovarianz besitzt einen Wert von $s_{x,y} = 31,04$.
- d) Die Kovarianz ist ein dimensionsloses Maß.
- e) Die Kovarianz misst die Stärke des linearen Zusammenhanges zweier verhältnisskalierter Merkmale.