

Statistik für Betriebswirte 1

Probeklausur Wintersemester 2023/2024 24.12.2023

BITTE LESERLICH IN **DRUCKBUCHSTABEN** AUSFÜLLEN

Nachname:

Vorname:

Matrikelnummer:

--	--	--	--	--	--	--

Studienfach:

Unterschrift der/des Studierenden:

Überprüfen Sie die Klausur auf Vollständigkeit, sie besteht aus 12 Seiten.

Bemerkungen:

Aufgabe	max. Pkt.	err. Pkt.
1	12	
2	17	
3	17	
4	17	
5	17	
6	10	
Summe	90	
Note		

Aufgabe 1: Beschreibung univariater Datensätze (12 Punkte)

Bei einer Studie im Umfang von 20 Personen wurde das Alter der Teilnehmer erhoben. Für das Alter der Personen x_i ergaben sich folgende Werte:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	20	21	23	23	24	26	26	27	28	31

i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x_i	32	33	33	34	35	37	37	38	39	40

- a) Bestimmen Sie den Modus, den Median und das arithmetische Mittel für das Alter x_i .

- b) Berechnen Sie mit Verwendung der Klassen $[20; 25]$, $(25; 30]$, $(30; 35]$, $(35; 40]$ eine Näherung für das arithmetische Mittel mit Hilfe der Klassenmitten.

c) Welchen Wert müsste x_{18} annehmen, damit das arithmetische Mittel des Datensatz mit der Näherung aus Aufgabenteil b) übereinstimmt?

d) Welche Werte würden der Modus und der Median annehmen, wenn sich x_3 um 10 Einheiten erhöhen würde?

Aufgabe 2: Konzentrationsmaße (17 Punkte)

Es wird ein Markt aus insgesamt 12 Einzelhandelsgeschäften betrachtet, die sich in 4 unterschiedliche Kategorien einteilen lassen. Für diese Kategorien gibt es folgende Informationen:

- Zu der Kategorie A zählen insgesamt 4 Geschäfte, die jeweils einen Umsatz von 2 Millionen erzielen.
- Zu der Kategorie B zählen insgesamt 5 Geschäfte, die jeweils einen Umsatz von 1,2 Millionen erzielen.
- Zu der Kategorie C zählen insgesamt 2 Geschäfte, die zusammen einen Gesamtumsatz von 3 Millionen erzielen.
- Zu der Kategorie D zählt 1 Geschäft, das einen Umsatz von 3 Millionen erzielt.

- a) Berechnen Sie den normierten Gini-Koeffizienten für diesen Markt und beurteilen Sie die Konzentration im Markt.

- b) Zeichnen Sie für den Umsatz der Geschäfte den dazugehörigen Box-Plot und beurteilen Sie die Schiefe.

Aufgabe 3: Beschreibung bivariater Datensätze (17 Punkte)

In einer Umfrage wurden $n = 100$ Paare befragt, ob sie verheiratet sind und mit wie vielen Kinder sie zusammen in einem Haushalt leben. Die Ergebnisse der Umfrage sind in der folgenden Kontingenztafel angegeben.

	Anzahl Kinder im Haushalt				
	0	1	2	3	
Unverheiratet	13	15	10	2	40
Verheiratet	2	20	30	8	60
	15	35	40	10	100

- a) Berechnen Sie den Variationskoeffizient von dem Merkmal $x = \{\text{Anzahl an Kinder im Haushalt}\}$.
- b) Wie verändern sich die Varianz und der Variationskoeffizient von x , wenn sich die Anzahl an Kinder für jeden Haushalt verdoppeln würde?

- c) Berechnen Sie ein geeignetes Abhängigkeitsmaß für die Abhängigkeit zwischen der Anzahl an Kindern im Haushalt und dem Beziehungsstatus (verheiratet oder unverheiratet) und interpretieren Sie ihr Ergebnis.

Aufgabe 4: Wahrscheinlichkeitstheorie (17 Punkte)

Für eine Produktion eines Produktes stehen 3 mögliche Maschinen zur Verfügung. 40% der Produkte werden auf Maschine M1, die Hälfte der Produkte auf Maschine M2 und der Rest auf Maschine M3 gefertigt. Die Fehlerquote (F) bei der Produktion der Produkte ist abhängig von der verwendeten Maschine. Bei Maschine M1 liegt die Fehlerquote bei 1%, bei Maschine M2 bei 4% und bei M3 bei 6%.

- a) Formulieren Sie die obigen Angaben als Wahrscheinlichkeiten.

- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Produkt auf Maschine M1 produziert wurde und gleichzeitig fehlerhaft ist.

- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit das ein Produkt fehlerhaft ist?

- d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit das ein fehlerhaftes Produkt auf Maschine M1 gefertigt wurde?

Die Produkte werden in zwei unterschiedlichen Kategorien eingeteilt. 40% der Produkte werden in einer Luxusvariante (L) hergestellt und der Rest in einer Basisvariante (B). Die gewählte Kategorie ist dabei unabhängig von der für das Produkt verwendeten Maschine.

e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit das ein Produkt in der Basisvariante vorliegt, wenn bereits bekannt ist, dass es auf Maschine M2 gefertigt wurde?

f) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit das ein Produkt auf M1 gefertigt wurde und gleichzeitig in der Luxusvariante vorliegt.

g) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit das ein Produkt in der Luxusvariante vorliegt und nicht auf Maschine M3 hergestellt wurde.

Aufgabe 5: Spezielle Verteilungen (17 Punkte)

Die Mitgliederversammlung eines Vereins möchte einen neuen Vorstand wählen. Dafür stehen insgesamt 40 Personen zur Auswahl, von denen 6 Personen jünger als 40 Jahre sind. Der Vorstand besteht aus 4 Personen mit verschiedenen Aufgabengebieten. Für jeden Posten im Vorstand wird zusätzlich ein Vertreter ausgewählt. Die Zufallsvariablen X und Y geben die Anzahl an unter 40-jährigen im Vorstand an bzw. die Anzahl der unter 40-jährigen, die Vertreter eines Mitglieds des Vorstands sind.

$$X = \{\text{Anzahl der unter 40-jährigen im Vorstand}\}$$
$$Y = \{\text{Anzahl der unter 40-jährigen die Vertreter eines Mitglieds des Vorstandes sind}\}$$

Sowohl die Vorstandsmitglieder als auch ihre Stellvertreter werden zufällig ausgewählt, wobei keine Person mehr als ein Amt oder Stellvertreteramt übernehmen kann.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass alle vier Ämter im Vorstand an unter 40-jährige gehen.

- b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass für die Ämter der Stellvertreter nur Personen unter 40 Jahren ausgewählt werden.

- c) Wie viele Ämter im Vorstand (ohne Stellvertreter) gehen im Mittel an Personen unter 40?

- d) Angenommen bei der Wahl der Vorstandsmitglieder (ohne Stellvertreter) gehen zwei der vier Ämter an Personen unter 40 Jahren. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass für die Ämter der Stellvertreter ebenfalls genau zwei Personen ausgewählt werden, die unter 40 Jahre alt sind?

- e) Wie viele verschiedene Möglichkeiten für die Zusammenstellung des Vorstandes (ohne Stellvertreter) gibt es, wenn sowohl zwischen Ämtern als auch zwischen den Personen unterschieden wird?

Angenommen die Wahl für das erste Amt im Vorstand wird solange wiederholt bis ein bestimmter Kandidat gewählt wurde.

- f) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als zwei Versuche benötigt werden?

- g) Wie oft muss die Wahl durchschnittlich wiederholt werden bis die gewünschte Person gewählt wird?

Aufgabe 6: Momenterzeugendefunktion (10 Punkte)

Gegeben sei eine Zufallsvariable X mit der Funktion

$$f_X(x) := \begin{cases} ae^{-bx} & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

mit $a > 0$ und $b > 0$.

- a) Für welche Kombinationen von a und b handelt es sich bei der Funktion $f_X(x)$ um eine Dichtefunktion?

- b) Berechnen Sie die Momenterzeugendefunktion der Zufallsvariablen X für den Fall, dass $a = b = 2$ gelten würde.